

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ» (МГТУ ГА)**

На правах рукописи

**ФЕДОТОВ АЛЕКСЕЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ**

**МЕТОДИКА ВОССТАНОВЛЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ  
АВИАЦИОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ  
С ЭКСПЛУАТАЦИОННЫМИ ПОВРЕЖДЕНИЯМИ  
С ПОМОЩЬЮ КЛЕЕВЫХ СОЕДИНЕНИЙ**

Специальность 05.22.14 – «Эксплуатация воздушного транспорта»

**ДИССЕРТАЦИЯ**

на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель:  
доктор технических наук,  
доцент Ефимов В.В.

**Москва 2021**

## Содержание

	<b>Введение</b> .....	4
<b>1</b>	<b>Технологии ремонта элементов конструкции планера летательного аппарата</b> .....	12
1.1	Вводные замечания.....	12
1.2	Методы ремонта авиационных конструкций.....	15
1.3	Виды клеевых ремонтов композиционными материалами.....	18
1.4	Ограничения применимости клеевых ремонтов.....	32
1.5	Задачи сертификации и внедрения клеевых ремонтов авиационных конструкций.....	39
1.6	Выводы по разделу 1.....	42
<b>2</b>	<b>Математическая модель клеевого ремонта металлических конструкций планера летательного аппарата</b> .....	44
2.1	Постановка задачи.....	44
2.2	Определение напряженно-деформированного состояния клеевого ремонтного соединения.....	46
2.2.1	Перераспределение нагружения в обшивке при установке заплаты.....	47
2.2.2	Определение параметров клеевого слоя.....	56
2.2.3	Расчет коэффициентов интенсивности напряжений в месте повреждения.....	68
2.3	Определение температурных напряжений в клеевом ремонтном соединении.....	79
2.4	Выводы по разделу 2.....	83
<b>3</b>	<b>Экспериментальное исследование усталостной деградации модуля упругости углепластика</b> .....	84
3.1	Постановка задачи экспериментального исследования.....	84
3.2	Модели деградации механических свойств композиционных материалов.....	86
3.2.1	Модели деградации прочности материала.....	89
3.2.2	Модели деградации жесткости материала.....	92

3.3	Усталостные испытания образцов из углепластика при температурах $-60^{\circ}\text{C}$ , $+23^{\circ}\text{C}$ , $+80^{\circ}\text{C}$ .....	96
3.3.1	Процедура испытаний и материалы.....	96
3.3.2	Результаты усталостных испытаний.....	99
3.3.2.1	Испытания при комнатной температуре.....	101
3.3.2.2	Испытания при повышенной температуре.....	102
3.3.2.3	Испытания при пониженной температуре.....	103
3.3.3	Оценка изменения модуля упругости по результатам усталостных испытаний.....	104
3.4	Выводы по разделу 3 .....	108
<b>4</b>	<b>Методика расчета параметров клеевых ремонтных заплат для металлических конструкций планера.....</b>	<b>112</b>
4.1	Постановка задачи.....	112
4.2	Алгоритм расчета клеевого ремонтного соединения.....	112
4.3	Конечно-элементный расчет для верификации аналитической модели клеевого ремонтного соединения.....	126
4.3.1	Extended finite element method (XFEM).....	128
4.3.2	Метод моделирования усталостного нагружения с помощью Direct Cyclic Approach.....	132
4.3.3	Результаты численного расчета ремонтного соединения.....	134
4.4	Результаты расчета качества клеевого ремонта.....	140
4.5	Выводы по разделу 4.....	144
	<b>Заключение.....</b>	<b>145</b>
	<b>Список сокращений и условных обозначений.....</b>	<b>147</b>
	<b>Список литературы.....</b>	<b>148</b>

## Введение

**Актуальность темы исследования.** Тенденции в развитии гражданского сектора авиационных перевозок указывают на то, что за счет использования информационных технологий для сбора и анализа большого объема данных авиакомпания-заказчики авиационной техники (АТ) стремятся к принятию более интеллектуальных бизнес-решений, повышению удовлетворенности пассажиров, а также к повышению уровня безопасности полетов и эффективности коммерческой деятельности. Современные технологические и информационные подходы упрощают прогнозирование и реагирование на факторы, влияющие на эффективную эксплуатацию воздушных судов (ВС) и результативность их технического обслуживания.

Из прогноза объемов перевозок пассажиров и грузов на период до 2030 года [89, 111] следует, что ведущие производители авиационной техники ожидают увеличение числа перевезенных пассажиров до 4.7% каждый год. Для удовлетворения запросов по перевозкам авиакомпаниям потребуется увеличивать флот на 3.5% ежегодно, что в итоге к 2038 году (с учетом вывода из эксплуатации устаревших и выработавших ресурс самолетов) потребует производства и поставки нескольких десятков тысяч новых воздушных судов всех классов. Рост числа эксплуатируемых гражданских самолетов повлечет за собой и расширение объема рынка услуг по техническому обслуживанию (ТО) ВС [87, 111], что делает привлекательным этот рынок для компаний, ранее не оказывавших таких услуг, включая собственно разработчиков и производителей авиационной техники, а традиционных лидеров данного направления (Lufthansa Technik, НАЕСО, ST Aerospace и др.) заставляет планировать мероприятия по сохранению и упрочнению своих конкурентных преимуществ.

Кроме общего роста количества эксплуатируемых ВС, прогнозируется качественное изменение состава мирового флота гражданской авиации. Основу

флотов авиакомпаний составят воздушные суда нового поколения, и, следовательно, организациям ТО будет необходимо подготовиться к выполнению операций на новых самолетах и спланировать реализацию стратегии по отслеживанию и оперативному внедрению новых технологических, логистических и маркетинговых подходов в этом секторе авиационного бизнеса. Организации ТО должны будут владеть необходимыми компетенциями для работы с конструкционными полимерными композиционными материалами (ПКМ) и гибридными металл-полимерными материалами, широко примененными на самолетах типа Airbus A350 или Boeing 787. Работа с современной и перспективной авионикой и другими системами самолета, имеющими встроенный функционал диагностики технического состояния так же требует применения новых подходов и технологий. Производимый каждым самолетом нового поколения в каждом полете массив информации потребует определенных усилий для сбора, хранения и анализа получаемых данных, непосредственно влияющих на экономическую эффективность эксплуатации ВС и безопасность выполняемых полетов.

Для соответствия новому этапу развития гражданской авиации, предприятиям технического обслуживания и техническим подразделениям авиакомпаний потребуются дополнительные капиталовложения для приобретения нового технологического и диагностического оборудования, обучения персонала работе с ним и получения лицензий и доступов к конструкторской и эксплуатационной документации, предоставляемой компанией-разработчиком ВС. В этой ситуации у разработчика ВС появляются существенные преимущества на рынке услуг по техническому обслуживанию самолетов собственной конструкции, и ведущие производители авиационной техники спешат не упустить своей выгоды на данном участке сферы коммерческих авиационных перевозок: с авиакомпаниями заключаются многомиллионные контракты не только на поставку ВС, но и на полноценное техническое обслуживание силами компании-разработчика авиационной техники [130].

Привлечение разработчика АТ к регулярному техническому обслуживанию позволяет разрабатывать и внедрять технологии эксплуатации и ремонта, ранее

признаваемые коммерчески нецелесообразными и/или технически трудноосуществимыми при выполнении операций персоналом авиакомпаний, эксплуатирующих ВС. Среди прочих, к этой категории операций будет относиться технологический процесс установки ремонтных заплат на поврежденные элементы планера воздушного судна при помощи клеевых составов – процедура клеевого ремонта конструкций планера [127]. Несмотря на наличие значительной базы знаний по теории и особенностям практического применения клеевых составов при создании технических объектов различного назначения [3, 10, 28, 45, 56-59, 62, 77, 160], клеевые соединения при эксплуатации АТ применяются ограниченно и, зачастую, только в тех случаях, когда другие альтернативы ремонта не сертифицированы для данной конструкции (это в первую очередь относится к ремонтным соединениям «композит-композит»). На данный момент, в общем объеме ремонтных процедур клеевые ремонтные операции применяются лишь на полимерных композитных конструкциях, а также на металлических конструкциях, изначально выполненных при помощи склеивания. В то же время, разработаны и апробированы методики проведения клеевых ремонтных операций на металлических конструкциях планера с применением композитных и гибридных металл-полимерных заплат с использованием разнообразной номенклатуры клеевых составов [9, 16, 25-27, 39, 44, 53, 54, 61]. Эти методики все еще ожидают своего включения в выпускаемую эксплуатационную документацию к поставляемым в авиакомпании воздушным судам [27].

Однако только лишь факт владения технологиями клеевых ремонтов не означает естественного отражения этих технологий в эксплуатационных документах к ВС. Для эксплуатируемого объекта авиационной техники необходимо разработать и внедрить методику проектировочного расчета клеевых ремонтных соединений, достаточно простую для использования квалифицированным инженером-конструктором без глубокой переподготовки, и достаточно надежную в плане применяемых методов расчета вариантов создаваемого соединения. Использование такой методики в цепочке процесса разработки процедур ремонта позволит проводить оперативный анализ

направлений поиска оптимальной конструкции без привлечения на данном этапе дорогостоящих ресурсов по прочностному расчету (в первую очередь, пакетов программ, построенных на методах конечных элементов), что определяет **актуальность методики, ее значимость и практическую ценность.**

Использование аналогичной методики также может быть экономически целесообразным в ходе послепродажного обслуживания флота для сокращения времени ответа на запросы эксплуатирующих ВС организаций по проблемам, выходящим за рамки освещенных в соответствующих разделах руководства по ремонту, что может послужить дополнительным конкурентным преимуществом на рынке авиационных услуг.

#### **Степень разработанности темы исследования.**

Исследованиям клеевых соединений разнородных материалов посвящено большое число работ. Разработке теории и решению прикладной задачи расчета клеевых соединений уделяли внимание Артюхин Ю. П., Кутьинов В. Ф., Семин М. И., Турусов Р. А., Фрейдин А. С., Хватан А. М., Царахов Ю. С., Veom H. G., Duong C. N., Hart-Smith L. J., Reissner E., Rose L. R. F., Wang C. H. и др. Их наработки вошли в рекомендации по проектированию клеевых соединений различного назначения.

Вопросы эксплуатационной долговечности, усталости и старения конструкционных материалов рассматриваются в работах Дудченко А. А., Каблова Е. Н., Нестеренко Б. Г., Семина М. И., Степнова М. Н., Стрижиус В. Е., Sendekuj G. P., Vassilopoulos A. P. и др.

Практические проблемы применения клеев и клеевых соединений для ремонта конструкций описываются в работах Аниховской Л. И., Куликова В. В., Петровой А. П., Baker A. A., Duong C. N., Wang C. H. и др.

В большинстве работ, посвященных методам расчета клеевых ремонтов, заплат, устанавливаемая на место повреждения, принимается неподверженной усталостному изменению свойств, и основной акцент расчета смещается в сторону подробного анализа ремонтируемой конструкции. В случае применения тканых

композиционных материалов для изготовления ремонтной заплаты такой подход представляется недостаточно достоверным.

В ходе работы на диссертацией автор ставит перед собой **цель** разработать метод аналитического расчета клеевых ремонтных соединений, чтобы получить удобные методики оценки качества решений, принимаемых при создании ремонтной документации. Для достижения поставленной цели были решены следующие **основные задачи** исследования:

- проанализировать доступные эксплуатантам авиационной техники технологии клеевых ремонтов и области их возможного применения при ремонте эксплуатационных повреждений металлических авиационных конструкций;
- провести экспериментальные исследования усталостной прочности образцов из композиционного материала при различных значениях температуры испытаний;
- обосновать необходимость учета влияния деградации механических свойств заплаты при расчете клеевых ремонтных соединений;
- разработать методику аналитического расчета клеевых ремонтных соединений.

**Научную новизну** исследования составляют:

- результаты экспериментальных исследований усталостной прочности и деградации механических свойств образцов из полимерного композиционного материала, проведенные в испытательных машинах с применением климатической камеры;
- аналитическая модель клеевого ремонта металлических конструкций композитными заплатами;
- метод учета данных по деградации механических свойств материала ремонтной заплаты под действием циклической нагрузки при расчете клеевых ремонтных соединений.

**Объектом исследования** являются методы ремонта авиационных конструкций.

**Предметом исследования** является методика расчета клеевых ремонтных соединений металлических авиационных конструкций с эксплуатационными повреждениями.

**Методы исследования.** Для решения задач, поставленных автором, в диссертационном исследовании использованы методы механики деформируемого твердого тела.

Автором получены следующие **результаты, выносимые на защиту**:

- методика оценки деградации механических свойств полимерного композиционного материала под действием усталостной нагрузки при различных значениях температуры испытаний;
- методика аналитического расчета клеевых ремонтных соединений с учетом данных по деградации механических свойств материала ремонтной заплаты под действием циклической нагрузки;
- методика проведения ускоренных конечно-элементных расчетов клеевых ремонтных соединений для сопоставления с результатами расчета по аналитической модели ремонта;
- методика оценки качества клеевых ремонтов с использованием полученных результатов усталостных испытаний материала заплаты.

**Достоверность полученных результатов** диссертационного исследования подтверждается корректным использованием математического аппарата теории механики деформирования и разрушения материалов, сравнением с результатами расчета аналогичной задачи другим методом расчета (методом конечных элементов); **адекватность результатов** подтверждается сравнением результатов расчета с опубликованными данными натурных экспериментов.

**Личный вклад автора** состоит в: разработке метода расчета клеевого ремонтного соединения с учетом переменных значений упругости ремонтной заплаты; подготовке и проведении серии натурных экспериментов для изучения степени деградации упругих свойств образцов из композиционного материала,

обработке результатов проведенной серии экспериментов; адаптации методов конечно-элементного расчета для ускоренного моделирования усталостного нагружения клеевого ремонтного соединения; проведении вычислительных экспериментов, обработке результатов вычислительных экспериментов и подготовке публикаций по материалам диссертационного исследования.

Результаты работы могут **практически применяться**:

- в научно-исследовательских институтах гражданской авиации и опытно-конструкторских бюро при разработке ремонтной документации воздушных судов гражданской авиации;
- в опытно-конструкторских бюро при организации и проведении работ по послепродажной поддержке эксплуатируемых экземпляров воздушных судов;
- в эксплуатирующих организациях – при условии соответствующей подготовки сотрудников.

**Апробация работы.** По результатам исследования опубликовано три статьи в научных журналах из перечня ВАК. Материалы и результаты диссертационного исследования докладывались и обсуждались в ходе работы конференций и семинаров:

- 29th Congress of the International Council of the Aeronautical Science – ICAS-2014 (Санкт-Петербург, 7-12 сентября 2014 г.);
- «Гражданская авиация на современном этапе развития науки, техники и общества» (Москва, МГТУ ГА, 18-20 мая 2016 года);
- XLIII Международная молодежная научная конференция «Гагаринские чтения - 2017» (Москва, МАИ (НИУ), 5-20 апреля 2017 года);
- XXIV Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов» (Москва, МГУ, 10-14 апреля 2017 года);
- XX Международная конференция по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (Алушта, МАИ (НИУ), 24-31 мая 2017 года);

- III Всероссийская научно-техническая конференция «Материалы и технологии нового поколения для перспективных изделий авиационной и космической техники» (Москва, ВИАМ, 17 июля 2017 года);
- XXI Международная конференция по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (Алушта, МАИ (НИУ), 24-31 мая 2019 года).
- научный семинар кафедры механики композитов Механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова (30 ноября 2020 года);
- научный семинар кафедры РК-5 «Прикладная механика» факультета «Робототехника и комплексная автоматизация» МГТУ им. Н.Э. Баумана (11 декабря 2020 года).

**Публикации.** Основные результаты диссертационного исследования опубликованы в 7 печатных работах, 3 из которых опубликованы в изданиях, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией при Министерстве науки и высшего образования Российской Федерации.

По своей **структуре, содержанию и объему** диссертационная работа соответствует поставленным задачам и состоит из введения, четырех разделов, заключения и списка использованных источников. Диссертация изложена на 165 печатных листах текста, содержит 43 рисунка, 9 таблиц. Библиографический список насчитывает 173 наименования.

# 1 Технологии ремонта элементов конструкции планера летательного аппарата

## 1.1 Вводные замечания

В процессе эксплуатации ВС предполагается, что силовой элемент конструкции планера должен быть отремонтирован в случае получения повреждений, которые приводят или могут привести в будущем к снижению уровня остаточной прочности ниже установленного предела. Наиболее распространенными видами дефектов металлических авиационных конструкций, возникающих в эксплуатации, являются царапины, вмятины, трещины и коррозия. Доступность надежных, технически и экономически оправданных технологий ремонта оказывает существенное влияние на эффективность эксплуатации технической системы, частью которой является воздушное судно. Ремонт полученных повреждений обычно сводится к установке усиливающей металлической заплаты на место повреждения с целью восстановить механические свойства «материнской» конструкции: остаточную прочность, жесткость, характеристики сопротивления усталости и уровень допустимых повреждений. Для коммерческих ВС приоритетные методы ремонта описываются в руководствах по ремонту, поставляемых с самолетом, и в основном сводятся к ремонтным процедурам с использованием болтов и заклепок.

При обнаружении повреждений элемента планера самолета на основании информации из руководства по ремонту делается выбор из следующих доступных альтернатив [74, 160]:

- а. процедура ремонта не требуется (дефект затрагивает только наружный слой лакокрасочных покрытий);

- б. требуется косметический ремонт (без установки усиливающих заплат) и герметизация места повреждения (размеры дефекта укладываются в допуски, указанные в руководстве по ремонту);
- в. требуется ремонт с установкой заплаты (размеры дефекта будут оказывать значительное влияние на остаточную прочность конструкции при дальнейшей эксплуатации);
- г. ремонт не целесообразен, компонент подлежит замене.

В общем случае, схема ремонта для восстановления свойств конструкции должна быть как можно проще в реализации и, по возможности, как можно меньше влиять на механические свойства прилегающих компонентов. Установленные ремонтные детали не должны влиять на работоспособность подвижных частей планера и размещенных на самолете систем, и не должны ухудшать аэродинамику и аэроупругость (если это свойство критично для ремонтируемого агрегата) сверх заданного предела.

В соответствии с классификацией, применяемой при разработке ремонтной документации, элементы конструкции планера можно разделить на три класса [135]:

- класс I – элементы, целостность которых напрямую влияет на безопасность полетов;
- класс II – элементы, повреждение которых приведет к существенному ухудшению технических и экономических показателей эксплуатации ВС, но не приведет к немедленному разрушению конструкции ВС;
- класс III – повреждение этих элементов не приведет к существенному снижению показателей эффективности эксплуатации.

Задача усиливающей ремонтной заплаты сводится к восстановлению исходного пути передачи нагрузки в «материнской» конструкции, в идеале – без существенного изменения напряженно-деформированного состояния в ней и без привнесения дополнительных дефектов или источников развития дефектов в «материнскую» конструкцию и прилегающие силовые элементы. В основном,

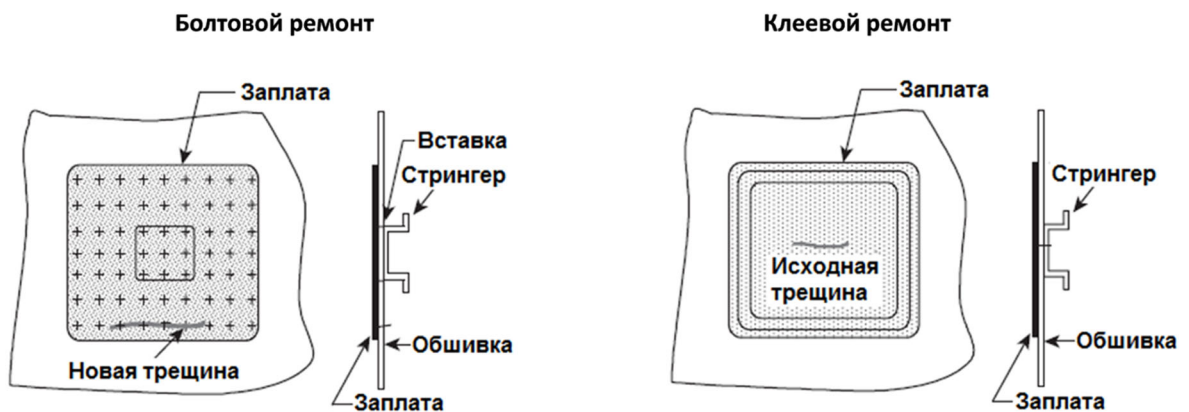
требования к типовой ремонтной конструкции можно свести к следующему перечню [70, 74]:

- восстановление прочности поврежденной конструкции;
- ограничение скорости развития дефекта (если полное устранение дефекта невозможно/нецелесообразно);
- минимальные изменения в исходной местной жесткости и картине распределения напряжений;
- высокая долговечность устанавливаемого ремонтного соединения в условиях воздействия расчетных нагрузок и факторов окружающей среды;
- устойчивость к дополнительным механическим повреждениям при дальнейшей эксплуатации «материнской» конструкции;
- надежная процедура контроля качества установки и состояния ремонтного соединения;
- учет функциональных требований к ремонтируемой конструкции (аэродинамика, аэроупругость и др.).

Кроме указанных выше обязательных требований, удачная процедура ремонта будет удовлетворять некоторым дополнительным требованиям, таким как минимальное время проведения ремонтных операций (минимальное время вывода ВС из текущей эксплуатации), использование легкодоступных и недорогих материалов и инструментов, применение простых технологических операций, минимальное повреждение прилегающих элементов конструкции.

## 1.2 Методы ремонта авиационных конструкций

Основой ремонтных операций на планере самолета чаще всего являются болтовые и заклепочные соединения. Несмотря на демонстрируемую эффективность, при сравнении с клеевыми соединениями проявляются существенные недостатки крепежных соединений при ремонте усталостных трещин (рисунок 1.1) [72].



### Преимущества:

- Отработанная технология установки заплат
- Невысокие требования к квалификации исполнителя
- Простой контроль качества установки

### Недостатки:

- Отверстия под крепеж – концентраторы напряжений
- Высокая вероятность новых необнаруженных трещин под заплатой
- Угроза коррозии под заплатой
- Невысокое останавливающее действие заплаты – быстрый рост трещины, вышедшей за пределы заплаты

### Преимущества:

- Отсутствие дополнительных повреждений при ремонте
- Снижение концентрации напряжений
- Медленный рост трещин при выходе за пределы заплаты
- Высокая эффективность ремонта – остановка роста трещины
- Возможность эффективного контроля роста трещины под заплатой методами неразрушающего контроля
- Клеевой состав как герметик для поврежденной конструкции

### Недостатки:

- Высокие требования к квалификации исполнителя
- Более высокая трудоемкость установки качественной ремонтной заплаты
- Сложность контроля прочности клеевого соединения

Рисунок 1.1 Сравнение преимуществ и недостатков крепежных и клеевых ремонтных соединений

Основной причиной проявляемых недостатков крепежных (болтовых) ремонтов можно назвать большую податливость соединения по сравнению с клеевыми ремонтами: при использовании крепежа передача нагрузки «обшивка-заплата» происходит главным образом за счет сжатия на внутренней поверхности крепежного отверстия и за счет среза крепежных элементов. Причинами снижения качества ремонта могут стать требования по шагу крепежа в 2-3 диаметра тела крепежа, приводящие к появлению значительных разряжений в местах развития

дефекта, неплотная посадка крепежных элементов (если требования по посадке не оговорены в руководстве отдельно), допускающая перемещение и вращение крепежных элементов, высокие напряжения в крепежных элементах, вызывающие дополнительную концентрацию напряжений в ремонтируемом элементе, релаксация напряжений в соединяемых элементах, приводящая к появлению зазоров между деталями и потенциально опасная с точки зрения развития коррозии под заплатой.

По причине суммарно низкой усиливающей способности крепежного ремонта обязательной процедурой при их проведении является удаление части поврежденной конструкции, содержащей трещину, а сверление большого числа отверстий под крепеж, кроме потенциальной возможности повреждения внутренних прилегающих элементов и систем, негативно сказывается на усталостной долговечности «материнской» конструкции из-за появления дополнительных концентраторов напряжений. С другой стороны, в клеевых ремонтных соединениях передача нагрузки происходит за счет сдвига по всей поверхности контактирующих деталей без выделения дополнительных зон концентрации напряжений, однако возникает опасность концентрации напряжений на краю заплаты, которая может стать причиной отклеивания заплаты или стать инициатором развития усталостных трещин в ремонтируемой конструкции.

Преимуществами клеевых ремонтов композитными заплатами по сравнению с крепежными ремонтами металлическими заплатами можно назвать [74]:

- высокая жесткость заплаты в заданном направлении – позволяет применять более тонкие заплаты и ориентировать их только в необходимом направлении действия нагрузки;
- высокая усталостная долговечность композиционных материалов, значительно превышающая долговечность «материнской» конструкции;
- малый удельный вес материала заплаты – малое изменение балансировочных характеристик при ремонте рулевых поверхностей ВС и элементов взлетно-посадочной механизации;

- технологичность материалов, позволяющая получать заплаты требуемых размеров и кривизны.

Несмотря на перечисленные преимущества, применение композитных заплат при проведении клеевых ремонтных операций имеет и свои недостатки, требующие серьезного внимания при планировании клеевых операций при эксплуатации ВС. Основным недостатком, безусловно, можно выделить разницу в коэффициентах линейного температурного расширения (КЛТР) между материалами композитной заплаты и ремонтируемой металлической конструкции. В случае применения клеевых составов с высокой температурой отверждения дополнительные локальные температурные напряжения должны быть учтены при расчете клеевого соединения. В некоторых ситуациях, в условиях термоциклического нагружения результирующие напряжения могут вызывать нарушение контакта в клеевом слое и способствовать развитию существующих дефектов. Для нейтрализации негативного влияния разницы КЛТР между материалами заплаты и «материнской» конструкции возможно применение гибридных металл-полимерных материалов типа GLARE или СИАЛ, состоящих из чередующихся слоев стеклопластика и алюминиевых сплавов и демонстрирующие высокие характеристики трещиностойкости и усталостной долговечности [17, 21, 47]. Кроме этого, правильным выбором клеевого состава можно компенсировать разницу температурных деформаций в соединяемых разнородных элементах [1, 12, 25, 30, 40-43, 61].

На основе приведенных качеств клеевых ремонтных соединений можно выделить область применимости данной технологии [73, 136]:

1. Для снижения интенсивности напряжений:
  - а. области возникновения и развития усталостных трещин;
  - б. области коррозионного растрескивания материала конструкций;
  - в. области, требующие повышения уровня допускаемых повреждений (установка усиливающей заплаты);
2. Для восстановления прочности и жесткости:

- а. после удаления коррозии сверх пределов, установленных руководством по ремонту;
- б. после удаление дефектов, раковин и пор в материале;
- в. после механической обработки поверхностей для снижения концентрации напряжений;
- г. после тепловых повреждений конструкций;

3. Для усиления ослабленных мест конструкции:

- а. снижение деформаций в местах концентрации напряжений;
- б. уменьшение вторичных изгибающих моментов в конструкции;
- в. снижение уровней вибрации и предотвращения акустических повреждений.

### **1.3 Виды клеевых ремонтов композиционными материалами**

Клеевой ремонт рассматривается как технологическая операция, направленная на восстановление исходной прочности и жесткости поврежденного элемента конструкции за счет установки заплаты при помощи клеевой пленки и/или заполняющей клеевой смеси. Установка ремонтной заплаты подразумевает удовлетворение функциональным требованиям, предъявляемым к исходной поврежденной конструкции: установленная ремонтная заплата не должна влиять на работоспособность неповрежденных элементов и систем, прилегающих к месту ремонта.

По принципу проведения ремонтной операции клеевые ремонты можно разбить на несколько категорий (рисунок 1.2). В свою очередь, каждая категория ремонта может быть проанализирована с точки зрения типа и источника повреждения, материала исходной конструкции, состава клеевой композиции и

материала ремонтной заплата. Заплаты и вставки могут быть произведены в ходе ремонта по различным технологиям: ручным формованием с использованием сухих угле- и стеклотканей, с применением препрегов или быть отформованы заранее и использоваться при ремонте в отвержденном виде.



Рисунок 1.2 Категории клеевых ремонтов

Рассмотрим более подробно представленные категории клеевых ремонтов.

Ремонт с использованием соединения «на ус» или ступенчатого соединения.

Данная технология используется для клеевого ремонта повреждений в композитных конструкциях (угле- и стеклопластиках). Основная область применения – ремонт относительно толстых многослойных нагруженных пластиков в тех случаях, когда установка внешней ремонтной накладки нецелесообразна по соображениям прочности, гладкости наружной поверхности или специфичных требований к «материнской» конструкции. В предельном случае ремонтная заплата в данной технологии не вызывает появления эксцентриситета («плеча» между линиями действия сил в заплате и обшивке) в направлении передачи нагрузки «материнская конструкция-заплата» и, следовательно, не дает дополнительных изгибающих моментов в соединении. Ремонтная каверна в месте повреждения выполняется средствами механической обработки, угол скоса

поддерживается в пределах 2-5° (рисунок 1.3). Данная технология не применяется для ремонта повреждений в металлических конструкциях.



Рисунок 1.3 Схема ремонта с соединением «на ус» и ступенчатым соединением

В работе [168] проведено сравнение технологий ремонта с установкой заплат, отформованных в процессе ремонта («мягкая заплата»), и заплат, отвержденных предварительно («жесткая заплата»). Установка мягкой заплата предполагает поэтапную выкладку в ремонтную каверну слоев композиционного материала поверх клеевого слоя и их одновременное отверждение за одну технологическую операцию. Установка жесткой заплата требует предварительного отверждения заплата по форме, соответствующей форме ремонтной каверны в «материнской» конструкции. Оба метода обладают преимуществами и недостатками: мягкую заплату проще произвести и установить, но качество ремонтного соединения может оказаться недостаточным из-за возникновения пустот и непрочности между слоями, а также из-за трудностей выдерживания заданной ориентации ремонтных слоев при ручной выкладке; жесткая заплата будет иметь более высокое качество межслойного соединения и минимальную разориентацию слоев, но производство заплата сложной формы вызывает появление дополнительных технологических операций. В работе [168] приводятся ключевые параметры определения качества клеевого ремонта по данной технологии. При выполнении такого ремонта следует уделить особое внимание следующим факторам:

- выравниванию и целостности краев ремонтных слоев;
- равномерности толщины клеевого слоя;
- отсутствию расслоений и сколов по периметру заплата;

- соответствию ориентации слоев заплата слоям «материнской» конструкции;
- минимизации объема пустот и непроклеев в соединениях между слоями и между заплатой и конструкцией.

Наиболее часто регистрируемыми дефектами при проведении клеевых ремонтов по данной технологии можно назвать:

- разориентация слоев в ремонтной заплате;
- изгибание и замятие слоев вдоль поверхности ремонтной каверны;
- непроклеи и пустоты в заплате и клеевой прослойке;
- несоответствие ориентации слоев заплата и конструкции;
- переменная толщина клеевого слоя, поджатие ремонтных слоев вблизи края заплата.

Влияние технологических дефектов клеевого ремонта по данной технологии на прочность соединения было рассмотрено в работе [108]. В этом исследовании проводился конечно-элементный анализ ремонтного соединения «на ус» и влияние нелинейных и вторичных эффектов на его прочность. Была отмечена связь между толщиной клеевого слоя и рассогласованием направления слоев и величиной отрывных и сдвиговых напряжений в клеевом слое – см. таблицу 1.1.

Таблица 1.1 Сводная таблица влияния конструктивных факторов на напряжения клеевого слоя [108]

Фактор	Средние отрывные напряжения	Максимальные отрывные напряжения	Средние сдвиговые напряжения	Максимальные сдвиговые напряжения
Конструкция заплата (последовательность и ориентация слоев)	Не влияет	Рост при наличии слоя 0°* на внешней поверхности	Не влияет	Снижение при большом числе слоев 0° Рост при увеличении расстояния между слоями 0°
Толщина материнской конструкции	Не влияет	Снижение с ростом толщины	Не влияет	Снижение с ростом толщины
Рассогласование ориентации	Не влияет	Однозначный эффект не обнаружен, есть зависимость от выкладки слоев	Не влияет	Однозначный эффект не обнаружен, есть зависимость от выкладки слоев
Толщина клеевого слоя	Не влияет	Рост с ростом толщины	Не влияет	Рост с ростом толщины
Угол скоса	Рост с ростом угла скоса	Значительный рост с ростом угла	Снижение с ростом угла	Небольшое снижение с ростом угла
Наличие дополнительных внешних слоев	Снижение с ростом жесткости доп. накладки	Значительное снижение с ростом жесткости доп. накладки	Снижение с ростом жесткости доп. накладки	Значительное снижение с ростом жесткости доп. накладки

\* Направление укладки слоя 0° обычно совпадает с направлением действия преобладающего усилия в конструкции.

Ступенчатое соединение в ремонтной процедуре будет иметь в основном те же преимущества, что и соединение «на ус»; применение ступенчатого соединения имеет своей целью максимально снизить отрывные напряжения в зоне клеевого соединения. Однако, высокая эффективность ступенчатого соединения достигается в тех случаях, когда высота ступени близка к толщине слоя и, таким образом, выполнение такого соединения является довольно трудоемкой операцией.

В исследовании [103] проведено сравнение эффективности соединения «на ус» и ступенчатого соединения. Авторы исследования провели несколько натуральных и трехмерных численных экспериментов для определения полей

деформаций двух типов соединений. Соединения были подвергнуты растяжению с регистрацией нормальных и сдвиговых деформаций. В качестве образцов применялись панели из углепластика IM6/3501-6 с ориентацией слоев  $[45^{\circ}_2/0^{\circ}_2/-45^{\circ}_2/90^{\circ}_2]_S$  (симметричная укладка, в градусах указана ориентация текущего слоя относительно направления действия основной нагрузки, нижний индекс показывает количество слоев данной ориентации в укладке). Угол скоса в соединении устанавливался равным  $4.35^{\circ}$ . Ступенчатое соединение содержало 8 ступеней по 2 слоя в каждой. По результатам испытаний было отмечено, что максимальные деформации появляются на краю слоев  $0^{\circ}$  для ступенчатого соединения, соединение «на ус» демонстрирует более равномерную картину распределения нормальных деформаций. Картина сдвиговых деформаций существенных различий не имеет. В итоге был сделан вывод о меньшей эффективности ступенчатого соединения с точки зрения прочности клеевого соединения.

Ремонт внешней усиливающей заплатой. Технология ремонта характеризуется как процесс установки ремонтной заплаты поверх «материнской» конструкции без удаления дефекта и образования каверны. Несмотря на очевидные недостатки данной технологии из-за возникновения дополнительного изгибающего момента в соединении, дополнительных температурных напряжений в процессе отверждения по причине возможной разности в КЛТР материалов конструкции и заплаты, а также появления концентраторов напряжения из-за локального повышения жесткости конструкции, эта технология остается привлекательной за счет простоты своей реализации. Данная технология имеет множество вариаций и широко распространена не только в аэрокосмической области, но и применяется в судостроении, капитальном строительстве и трубопроводной промышленности. В работе [71] приводятся данные по применению внешних ремонтных заплат для ремонта силовых конструкций летательных аппаратов военного и гражданского назначения с использованием пластиков на основе стеклоэпоксидных, бороэпоксидных композиций с установкой заплат на эпоксидные клеевые составы.

Примеры использования композиционных материалов при ремонте усиливающими заплатами конструкций из разнообразных материалов неаэрокосмического назначения сведены в таблицу 1.2.

В таблице 1.2 продемонстрировано применение клеевых заплат для усиления или ремонта пластиковых, металлических, железобетонных и деревянных конструкций. В качестве клеевой основы в большинстве случаев используются полимеры на эпоксидной основе. Авторы исследований [67, 69, 85, 154, 170] предусмотрели и предложили меры по нейтрализации проблем коррозии стальных сплавов и использовали углепластиковые заплаты для ремонта исследуемых стальных конструкций. Из рассмотрения данных таблицы 1.2 следует, что усиливающие и ремонтные клеевые соединения «композит-металл» находят широкое применение в различных отраслях промышленности, имеют обширную базу с результатами экспериментальных и аналитических исследований и подтверждают требуемую надежность и долговечность соединения.

Таблица 1.2. Примеры использования технологии ремонта с внешними усиливающими заплатами

Поврежденный материал	Тип/размер дефекта	Материал заплаты	Клеевой состав	Условия установки	Технология установки	Источник
Акриловая труба для подземных коммуникаций	Многочисленные повреждения старения	Стекловолоконный мат (E-glass) сатинового	Ортофталевый ненасыщенный полиэфир РС670	40-70 кПа 3 ч отверждения при 50 С	Пропитка под давлением (RTM - Resin Transfer Molding)	[89]
Ж/б колонны	Поперечные трещины	Стеклоткань E-glass 7781	Двухкомпонентный эпоксидный клей; Фенольная смола в препреге; Винилэфирная смола отверждения в ультрафиолете (УФ)	Эпоксидная смола – 24 ч при нормальных условиях (н/у), Винилэфир - 1 ч под прямыми солнечными лучами Фенольная смола - 1.5 ч при 135С в печи	Ручное формование заплаты Кондиционирование: кипячение в морской воде	[124]
Деревянные балки	Без повреждения – усиление	Углеткань	Двухкомпонентная эпоксидная смола	Не указано	Три способа установки заплаты	[83]
Бетонный блок	Растрескивание от изгиба	Угле- и стеклопластик	Эпоксидные смолы	Не указано	Ручное формование; Установка отвержденной заплаты	[172]
Стальной двутавр HEA 140	Без повреждения – усиление конструкции	Однонаправленные углепластиковые полосы (Sika Carbodur M614)	Двухкомпонентная эпоксидные смолы Sikadur 30, Sikadur 330	Sikadur 30 - 70 мин при н/у Sikadur 330 - 30 мин при н/у	Ручное формование	[85]

Продолжение таблицы 1.2.

Поврежденный материал	Тип/размер дефекта	Материал заплата	Клеевой состав	Условия установки	Технология установки	Источник
Бетонный блок	Без повреждения – усиление конструкции	Углепластиковые (Т700) полосы 2, 6, 12 слоев	Двухкомпонентная эпоксидная смола малой вязкости	Нормальные условия	Ручное формование, предварительная выдержка при 23С и 30% влажности в теч. 30 дней. Дополнительно исследовано поведение при замораживании	[64]
Ж/б сваи морского пирса	Коррозионное разрушение	Угле- и стеклопластик для работы в морской воде (Aquawrap)	Водоактивируемая система на основе уретановых смол (Aquawrap) Эпоксидная смола подводного применения (Tyfo SEH-51A - Tyfo SW-1)	Подводная установка	Ручное формование. Выдерживание в морской воде	[155]
Ж/б балки малой крутильной жесткости	Без повреждения – усиление конструкции	Углепластик MBrace CF130	Эпоксидная смола	Не указано	Ручное формование	[147]
Ж/б балки	Растрескивание от изгиба	Углепластик Sika Carbodur S 812	Двухкомпонентная эпоксидная смола холодного отверждения Sikadur 30	Нормальные условия	Установка отвержденной заплата	[131]

Продолжение таблицы 1.2.

Поврежденный материал	Тип/размер дефекта	Материал заплата	Клеевой состав	Условия установки	Технология установки	Источник
Стальная труба HSS168x4.8	Без повреждения – усиление конструкции	Углепластик SikaWrap/Hex 113C	Эпоксидная смола	Нормальные условия, подводная установка	Ручное формование	[154]
Стальная труба	Коррозионное разрушение	Толстослойная углепластиковая заплата	Двухкомпонентная эпоксидная смола	Отверждение при нормальных условиях в теч. суток	Установка отвержденной заплата	[69]
Стальной двутавр Grade 50 W4 13	Надрез заданной геометрии	Углепластиковая заплата	Двухкомпонентная эпоксидная смола	Не указано	Установка отвержденной заплата	[170]
Стальная плита S355J2G3	Растрескивание от изгиба	Углепластиковая заплата (3 слоя препрега (VTM264FRB IM7 UD	Один слой пленочного клея (VTA 260)	16 ч при 65 С	Препреговый ремонт	[67]
Углепластиковая пластина	Надрез заданной геометрии	Углепластиковый лист BASF (CF230)	Araldite 420	Отверждение 7 суток в соответствии со спецификацией на клеевой состав	Установка отвержденной заплата	[98]

Конструкции со способностью к самовосстановлению. Инженер-разработчик может контролировать и задавать прочность и жесткость конструкций на этапе создания. Аналогично, некоторые возможности по самовосстановлению и сопротивлению развитию дефектов можно добавить в композитную конструкцию на стадии ее создания. Способности самовосстановления и затягивания привнесенных дефектов могут активироваться под действием строго заданных внешних факторов (ультрафиолетовое излучение, нагрев, контакт с морской водой, окисление кислородом воздуха и др.) и могут сглаживать деструктивное действие расслоений и небольших трещин и царапин. Технически такие дополнительные способности закладываются в конструкцию в процессе производства и лишь незначительно могут регулироваться при эксплуатации изделия. Возможность и необходимость реализации дополнительных способностей должна быть оценена на самых ранних стадиях разработки изделия для учета при разработке методов ремонта таких «смарт-конструкций».

В одной из первых работ, посвященных проблемам самовосстанавливающихся конструкций, рассматривается возможность ремонта микроповреждений за счет клеящего реагента, подаваемого в область дефекта по полым волокнам, встроенным в основную ткань композиционного материала [91]. На основании проведенных натурных испытаний тестовых образцов сделано заключение о достаточной эффективности разработанной системы для предотвращения повторного раскрытия и роста возникших трещин.

В работе [104] дается обзор применения и исследования многофункциональных композитов и их особых способностей по самовосстановлению; там же описаны методики и технологии, позволяющие в некоторых случаях восполнять от 75 до 100% трещиностойкости исходной конструкции за счет механизмов самовосстановления. Максимальное самовосстановление свойств достигалось при использовании микрокапсул, содержащих клеящий состав на эпоксидной основе: растущая трещина достигала микрокапсулы, разрывала ее оболочку и выпускала клеящий состав, который и замедлял развитие дефекта. В дополнение, в работе [104] описана технология

многократной нейтрализации возникающих дефектов: толщу материала конструкции пронизывает трехмерная сеть «сосудов», по которым к местам повреждений подается клеящий состав в необходимом для заполнения и нейтрализации дефектов объеме.

Свойства самовосстановления будут эффективными способами восстановления механических свойств только для специально спроектированных композитных конструкций при отдельных видах дефектов [110, 140-143, 171], однако эксплуатационные аспекты функционирования конструкций из таких материалов требуют дополнительного изучения, и их рассмотрение выходит за рамки данного исследования.

После рассмотрения общих принципов, заложенных в основные технологии клеевых ремонтов, можно оценить трудоемкость требуемых для ремонта операций. Процесс проведения каждой категории ремонта имеет операции, проводимые в условиях специализированных и оснащенных производственных помещений, и операции, выполняемые «в поле» непосредственно на объекте ремонта – воздушном судне или его агрегате. Обе группы операций оказывают влияние на технические характеристики и стоимость произведенного ремонта и, в конечном итоге, будут определять общее качество ремонтного процесса. Вклад каждой группы операций зависит от категории клеевого ремонта: ремонт с соединением «на ус» предполагает значительные усилия для выполнения операций «в полевых условиях» на агрегатах ВС, тогда как основные параметры самовосстановления задаются еще на этапе производства конструкции на предприятии-изготовителе.

В таблице 1.3 дается сравнение пошаговых алгоритмов выполнения ремонтных процедур по категориям клеевых ремонтов, производимых оператором ВС и подразумевающих создание корректного ремонтного соединения (клеевой ремонт в «полевых условиях» предполагается выполнять с использованием переносных источников тепла). Ремонт применением свойств самовосстановления не включен в таблицу по причине малого объема данных об использовании таких

конструкций в массовой эксплуатации на ВС гражданской авиации. Символом «х» отмечены этапы, применимые к данной категории ремонта.

Таблица 1.3. Категории клеевых ремонтов – технологические операции

Технологический этап	Установка заплата в соединении на ус			Установка внешней заплата		
	Ручная выкладка	Препреговый ремонт	«Жесткая» заплата	Ручная выкладка	Препреговый ремонт	Предварительно отвержденная заплата
Определение типа и размера дефекта	х	х	х	х	х	х
Определение подходящей технологии ремонта	х	х	х	х	х	х
Установка защитных средств на неповрежденной части конструкции (при необходимости)	х	х	х	х	х	х
Удаление дефекта и выемка каверны под установку ремонтных слоев	х	х	х			
Зачистка поверхности под склеивание	х	х	х	х	х	х
Проверка/установка источника нагрева	х	х	х	х	х	х
Удаление влаги из зоны ремонта	х	х	х	х	х	х
Определение размера, формы и ориентации ремонтных слоев	х	х	х	х	х	х
Изготовление ремонтных слоев (заплаты)	х	х	х	х	х	х
Отверждение заплата			х			х
Обезжиривание/очистка поверхности под склеивание	х	х	х	х	х	х
Подготовка смолы для пропитки ремонтных слоев	х			х		
Пропитка ремонтных слоев	х			х		
Обрезка ремонтных слоев	х	х		х	х	
Нанесение клеевого состава	х	х	х	х	х	х
Выкладка ремонтных слоев	х	х		х	х	
Установка термпар контроля температуры склеивания	х	х	х	х	х	х
Установка вакуумной системы	х	х	х	х	х	х
Отверждение клеевого ремонта	х	х	х	х	х	х
Контроль качества клеевого соединения	х	х	х	х	х	х
Финишные операции, нанесение защитных покрытий	х	х	х	х	х	х

Из данных таблицы 1.3 следует, что в общем случае процедуры ремонта с использованием предварительно отвержденных ремонтных заплат имеют минимум технологических переходов, и потенциально эти виды ремонтов могут быть наиболее привлекательными для эксплуатанта ВС в случае действия ограничений по времени на проведение ремонтов. Ремонт соединением «на ус» с применением жесткой заплата утрачивает свои преимущества при сравнении с препреговым ремонтом по причине сложности процедуры получения формы заплата, повторяющей геометрию ремонтной каверны. Ремонтные процессы с соединением «на ус» демонстрируют превосходную прочность и долговечность для композитных конструкций, но для металлических конструкций не применимы.

В сертификационном меморандуме EASA CM-S-005 [97] приводятся основные ошибки техперсонала эксплуатантов ВС при проведении клеевых ремонтов всех доступных категорий:

- высокая влажность воздуха при выполнении ремонта;
- некачественная/недостаточная подготовка поверхностей для склеивания;
- загрязнения клеевого слоя;
- недостаточный контроль температуры отверждения клеевого состава;
- недостаточный контроль давления, прижимающего ремонтную заплату к конструкции;
- использование материалов вне разрешенных временных и температурных ограничений;
- недостаток квалификации при использовании методов неразрушающего контроля качества клеевого соединения.

Для полноценного использования преимуществ клеевых ремонтов и снижения вероятности появления перечисленных выше ошибок предлагается проведение наиболее «уязвимых» технологических операций переносить в заводские условия с использованием «чистых» помещений, надлежащим образом подготовленных материалов, специализированного оборудования и инструментов, с привлечением уже обученного и опытного персонала. Технологические операции

для ремонтов с установкой внешних усиливающих заплат, которые можно выполнять заблаговременно в подготовленных для этого организациях, в таблице 1.3 выделены заливкой в крайнем правом столбце; эти операции относятся к производству ремонтной заплаты. Таким образом, производитель ВС может взять на себя наиболее сложные операции с высокими требованиями по квалификации персонала и используемым материалам и оборудованию, а техперсоналу эксплуатанта поручает действия, в которых вероятность некорректных действий ниже, и обеспечивает безошибочность выполняемых процедур.

Очевидно, что ремонт с использованием заранее отвержденных внешних заплат не может покрыть все возможные варианты возникающих в эксплуатации повреждений: необходимо задаться поиском оптимума, чтобы закрыть максимальное число вариантов дефектов минимальным числом вариантов заплаты. В этом случае применение композиционных материалов для изготовления заплат выглядит предпочтительным за счет широких возможностей в получении требуемых механических свойств композитных заплат.

#### **1.4 Ограничения применимости клеевых ремонтов**

Существуют объективные конструктивные ограничения, сужающие область применения заранее отвержденных ремонтных заплат. Среди них – кривизна поверхности для установки заплаты и рабочая температура этой поверхности. Эти ограничения существенно влияют на прочность клеевого слоя в ремонтном соединении: рост кривизны и рабочей температуры поверхности снижают величины допускаемых отрывных напряжений клеевого состава. Поскольку кривизна поверхностей для ремонта априори не известна, необходимо установить ограничения по кривизне для заплат выбранной формы, размеров и конструкции.

Что касается влияния температуры, то очевидно, что величина отрывных напряжений для полимерных клеевых составов существенно меняется при изменении внешних температурных условий.

Вклад кривизны поверхности в прочность клеевого слоя может быть оценен при использовании классической теории изгиба слоистых пластин [145]: отвержденная заплатка изгибается при приклеивании, повторяя форму прилегающей поверхности; по окончании полимеризации клеевого состава заплатка стремится вернуть себе плоскую форму и инициирует возникновение отрывных напряжений в клеевом слое – см. рисунок 1.4.

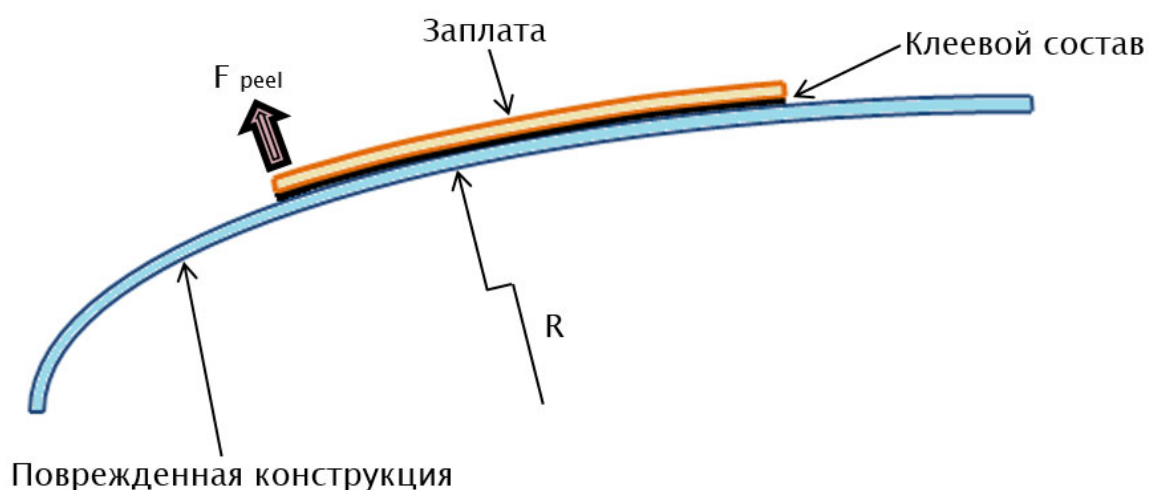


Рисунок 1.4 Отрывные усилия в клеевом слое от кривизны поверхности

Производители публикуют свойства клеевых составов и указывают допустимую прочность на отрыв в величинах усилия на единицу ширины образца. Это усилие необходимо приложить для разрыва адгезионной связи, таким образом, удобно будет выразить зависимость между радиусом кривизны поверхности и отрывным усилием в тех же единицах, что указаны в спецификациях производителей клеев.

Отрывное усилие будет являться реакцией изогнутой заплатки и будет зависеть от изгибной жесткости заплатки. Поведение композитной заплатки при

изгибе в отсутствие сил в плоскости заплата можно выразить в следующем виде [145]:

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix};$$

Элементы матрицы изгибной жесткости  $D_{ij}$  равны:

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N \bar{Q}_{ij}^{(k)} (z_{k+1}^3 - z_k^3);$$

$$\bar{Q}_{11} = Q_{11} \cos^4 \phi + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \phi \cos^2 \phi + Q_{22} \sin^4 \phi,$$

$$\bar{Q}_{12} = (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \phi \cos^2 \phi + Q_{12} (\sin^4 \phi + \cos^4 \phi),$$

$$\bar{Q}_{22} = Q_{11} \sin^4 \phi + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \phi \cos^2 \phi + Q_{22} \cos^4 \phi,$$

$$\bar{Q}_{16} = (Q_{11} - Q_{22} - 2Q_{66}) \sin \phi \cos^3 \phi + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin^3 \phi \cos \phi,$$

$$\bar{Q}_{26} = (Q_{11} - Q_{22} - 2Q_{66}) \sin^3 \phi \cos \phi + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin \phi \cos^3 \phi,$$

$$\bar{Q}_{66} = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^2 \phi \cos^2 \phi + Q_{66} (\sin^4 \phi + \cos^4 \phi),$$

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad Q_{12} = \frac{\nu_{12} E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{21} E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad Q_{66} = G_{12};$$

$E_{1,2}$  – модули упругости материала слоя в направлении осей  $X$  и  $Y$  соответственно,  $\nu_{12,21}$  – коэффициенты Пуассона материала слоя по осям  $X$  и  $Y$ ,  $G_{12}$  – модуль сдвига материала слоя в плоскости слоя,  $k$  – номер текущего слоя от срединной плоскости укладки,  $N$  – общее количество слоев в укладке,  $z_i$  – координата текущего слоя.

Система обозначения номеров слоев и схема их ориентации в укладке толщиной  $h$  указана на рисунке 1.5

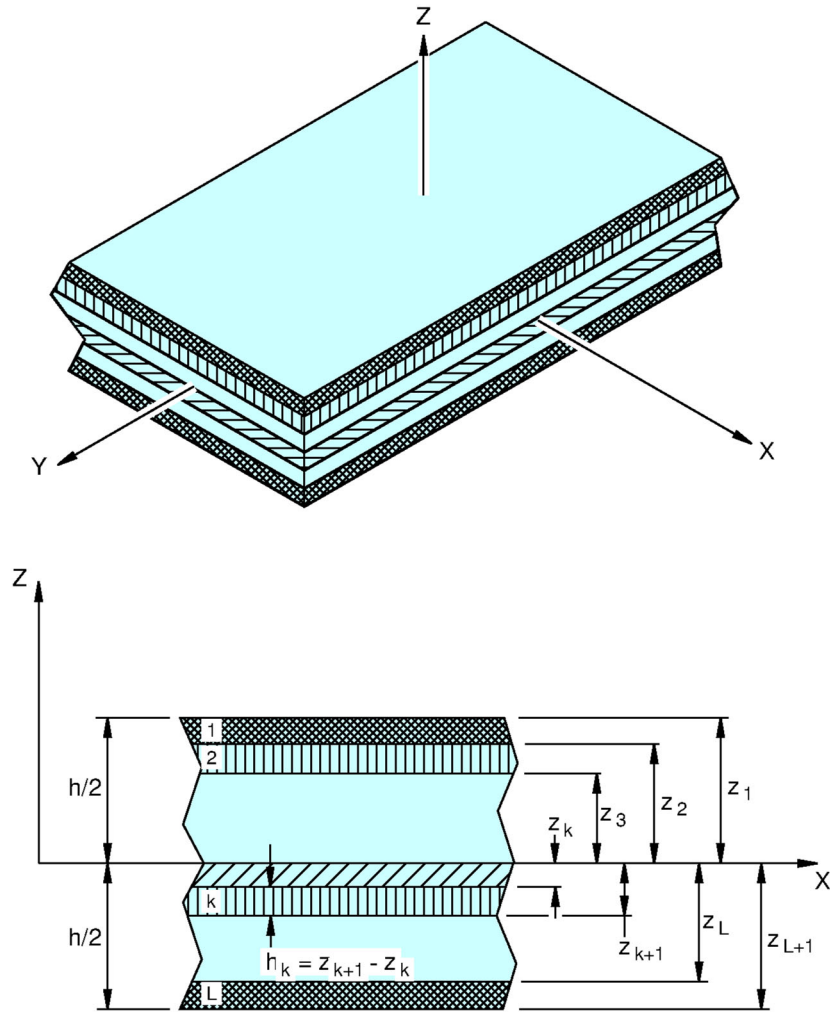


Рисунок 1.5 Схема нумерации и обозначения слоев в композитной укладке.

Заплата для клеевого ремонта рассматривается как симметричная слоистая балка с одним зашечленным и одним свободным концом, к которому и приложена реакция отрывного усилия. Принимая для упрощения, что усилия и перемещения вдоль заплаты отсутствуют, получаем, что задача сводится нахождению прогиба балки:

$$\frac{\partial^2 \omega_0}{\partial x^2} = D_{11}^* M_{xx}, \quad \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial y^2} = D_{12}^* M_{xx}, \quad 2 \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial x \partial y} = D_{16}^* M_{xx};$$

$D_{ij}^*$  – матрица, обратная матрице изгибных жесткостей заплаты  $D_{ij}$ .

Для дальнейшей оценки можно дополнительно предположить, что отношение длины к ширине балки достаточно велико и влияние поперечных деформаций и сдвига на прогиб незначительно, т.е.  $D_{12}$  и  $D_{16}$  равны нулю. В результате получаем прогиб балки как функцию только одной координаты  $x$ . Из теории изгиба композитных балок [145] известно, что:

$$\frac{d^2 \omega_0}{dx^2} = \frac{M}{E_{xx}^b I_{yy}}, \quad (1.1)$$

где:  $M = bM_{xx}$ ,  $E_{xx}^b = \frac{12}{h^3 D_{11}^*}$ ,  $I_{yy} = \frac{bh^3}{12}$ ;  $b, h$  – ширина и полная

толщина композитной балки.

Граничные условия на защемленном конце балки:

$$\omega_0|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{d\omega_0}{dx} \right|_{x=0} = 0. \quad (1.2)$$

Функция прогиба получается из решения дифференциального уравнения (1.1) с учетом граничных условий (1.2), где изгибающий момент возникает от усилия, приложенного на свободном конце балки:

$$\omega_0 = \frac{1}{6} \frac{F_{Peel} b a^3}{E_{xx}^b I_{yy}} \left( \frac{3x^2}{a^2} - \frac{x^3}{a^3} \right), \quad a \text{ – длина балки вдоль оси } x.$$

Радиус кривизны балки может быть найден как величина, обратная второй производной от функции прогиба:

$$\frac{1}{R} = \frac{d^2 \omega_0}{dx^2}.$$

Чем меньше радиус кривизны поверхности, тем большая отрывная сила будет действовать на клеевую прослойку. Более жесткая заплатка будет вызывать большее отрывное усилие и, следовательно, такая заплатка будет иметь более строгие ограничения по кривизне поверхности, на которую ее можно установить. Отрывное усилие и радиус кривизны могут быть связаны зависимостью:

$$F_{Peel} = \frac{E_{xx}^b I_{yy}}{Rb(a-x)}.$$

Полученная оценка отрывного усилия будет обозначать условие начала отрыва в точке на краю заплата.

На рисунке 1.6 изображены зависимости дополнительных отрывных усилий, возникающих в клеевом слое из-за установки изогнутой заплата от радиуса кривизны поверхности.

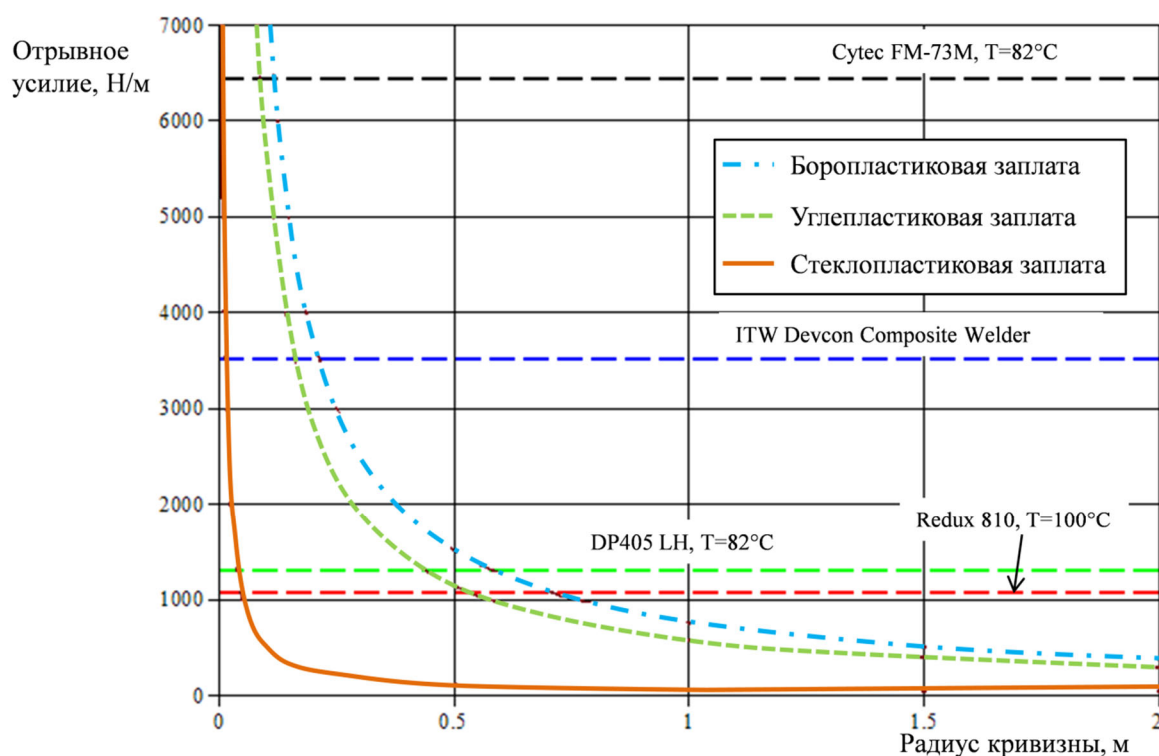


Рисунок 1.6 Отрывные усилия клеевых композиций для установки ремонтных заплата

Критическая величина отрывных усилий для различных клеевых композиций не остается постоянной при изменении температуры. Горизонтальными пунктирными линиями на рисунке 1.6 показаны максимальные значения допустимых отрывных усилий для четырех клеевых систем, из которых ITW Devcon Composite Welder – композиция на метакрилатной основе, остальные – на эпоксидной основе. Все приведенные клеевые композиции, кроме FM-73M, имеют время отверждения не более 30 мин при умеренном значении температуры

отверждения (не выше 80°C) – эти свойства клеевых композиций могут быть более привлекательными для использования их в «полевых условиях» проведения ремонтных операций. На рисунке 1.7 на примере условного ВС штриховкой показаны зоны, где невозможна установка углепластиковой ремонтной заплаты на клеевой состав FM-73 по условиям кривизны. Поверхности, где установка невозможна, занимают  $\approx 8\%$  общей площади летательного аппарата.

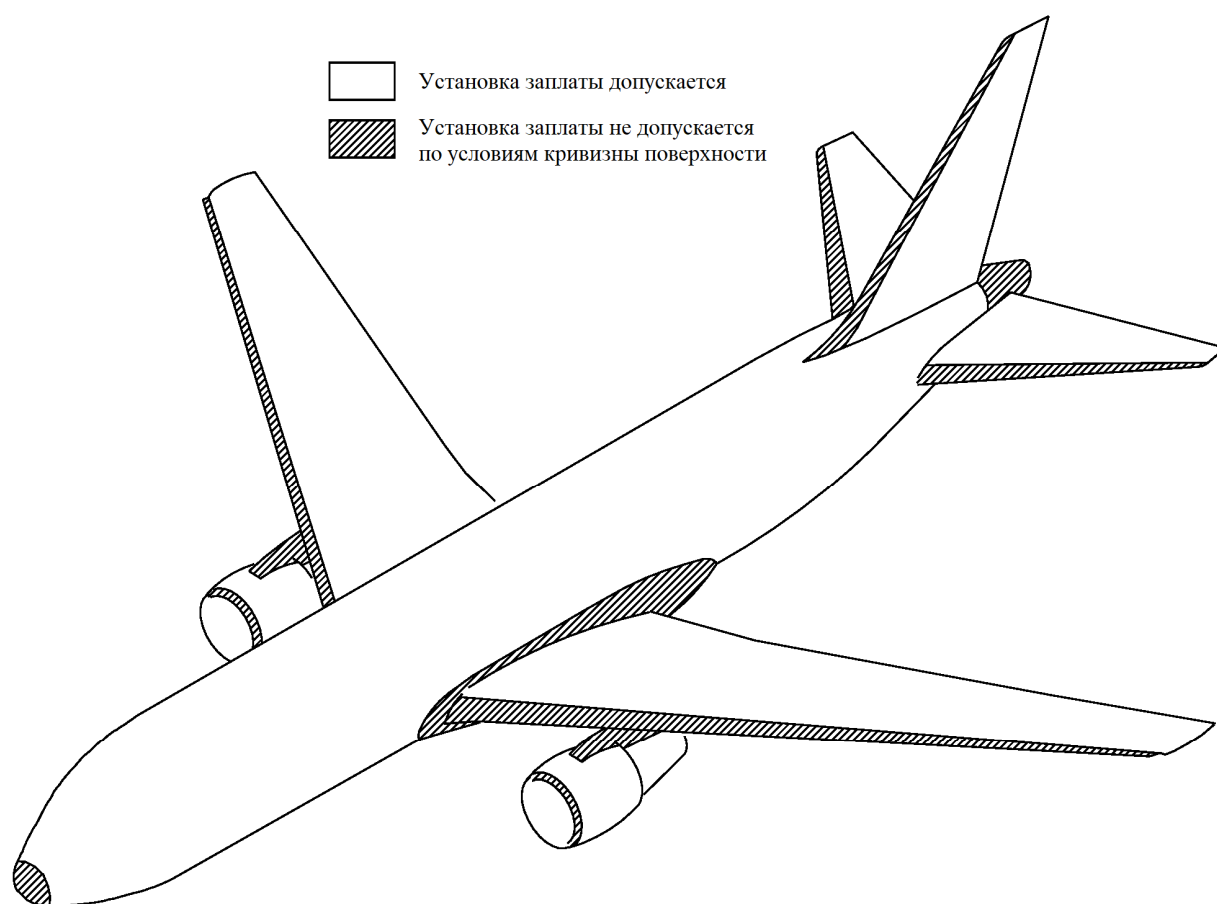


Рисунок 1.7 Пример зон применимости предварительно отвержденных клеевых ремонтных заплата на поверхности ВС

## 1.5 Задачи сертификации и внедрения клеевых ремонтов авиационных конструкций

Для того чтобы иметь возможность сертифицировать новую технологию ремонта, в первую очередь необходимо:

- 1) подтвердить корректность процесса разработки ремонтного соединения;
- 2) доказать, что разработанное ремонтное соединение обеспечивает выполнение требований по прочности и долговечности, предъявляемых к «материнской» конструкции.

Понятие долговечности необходимо рассмотреть с позиции стойкости к воздействию факторов окружающей среды, с позиции собственно механической усталостной долговечности и оценить степень взаимного влияния факторов двух указанных позиций. Стойкость к факторам окружающей среды является важной для планирования процедур инспекций места ремонта и контроля качества соединения. С учетом всех факторов необходимо экспериментально подтвердить, что не произойдет отклеивание заплата на значительной площади на протяжении установленного срока службы ремонтного соединения. Поскольку в настоящее время только происходит накопление информации по долговременной стойкости клеевых ремонтных соединений к воздействию внешней среды, клеевые ремонты для конструкции ВС класса I реализованы только при условии сохранения конструкцией необходимого уровня остаточной прочности даже в отсутствие заплата. Однако, проведенные исследования наглядно демонстрируют, что в некоторых случаях клеевые ремонты можно производить, даже если из расчетов следует, что без заплата остаточная прочность конструкции должна снизиться за пределы установленных ограничений [70].

Если предположить, что общий подход к разработке ремонтной процедуры соответствует требованиям сертификационных органов, т.е. правильно установленная ремонтная система обладает заданной долговечностью и будет

обеспечивать остановку или необходимое замедление процесса развития дефекта «материнской» конструкции, то задачей, подлежащей дополнительному рассмотрению, является подтверждение адекватности использования новых ремонтных материалов. В этом случае основные трудности будут связаны с квалификацией процесса установки клеевой заплаты, включая подготовку поверхностей для склеивания, процедуру полимеризации клеевого состава, контроль толщины клеевого слоя и гарантию отсутствия физических дефектов в клее.

Для клеевых ремонтов, выполняемых в условиях специализированных производств, зачастую достаточно подтвердить применение уже сертифицированных процедур и методов контроля их качества. Однако, при установке ремонтной заплаты по месту силами эксплуатирующей организации зачастую не удастся достичь того же уровня контроля качества установки, и поэтому необходимо планировать и проводить дополнительные мероприятия по фактической квалификации выполненного ремонта. Дополнительные мероприятия могут включать назначение специальных методов неразрушающего контроля (НК) для выявления наличия физических дефектов в соединении. Современные методы НК позволяют обнаруживать и факты нарушения целостности соединения, полученные при эксплуатации ВС. Для композитных конструкций приоритетными являются ультразвуковые методы НК, для исследования развития дефектов в металлических конструкциях назначают проведение токовихревых методов контроля; кроме указанных методов, во многих случаях хорошие результаты по обнаружению дефектов дает термографические методы исследований состояния клеевой системы.

Методы НК бесполезны при попытке обнаружить ослабленные связи в соединении «заплата-клей-конструкция» или связи, которые могут ослабнуть в процессе эксплуатации изделия. Традиционными методами НК не удастся обнаружить дефекты, заполненные клеевым составом или жидкостью, но не имеющие силового контакта между прилегающими деталями. Для решения возникших проблем на пути подтверждения надежности и долговечности клеевых

ремонтных разрабатываются методы экспериментального исследования специально подготовленных образцов клеевых соединений [75].

В случае, когда проведение натуральных экспериментов невозможно или нецелесообразно, может быть реализован вариант применения встроенной системы контроля качества соединения [76]. Разработка встроенной системы контроля будет оправданной для масштабных ремонтов на высокоответственных элементах конструкции, замена которых на новые неповрежденные элементы является очень затратной и не представляется возможной.

Встроенная система контроля должна демонстрировать высокую надежность и вероятность обнаружения дефектов, чтобы быть использованной для контроля качества ремонтного соединения; кроме этого, система должна соответствовать требованиям стандартов и директив, выпускаемых регулируемыми органами авиационных властей. Система контроля должна сохранять работоспособность при влиянии всех факторов, воздействующих на самолет в процессе его эксплуатации, не затруднять работу других систем самолета и быть максимально автономной.

Авиационными властями США (FAA) был выпущен циркуляр [101], содержащий общее руководство для установки клеевых ремонтных заплат на конструкцию летательных аппаратов класса I. В документе требуется, что для всех соединений, разрушение которых может привести к гибели ВС, способность выдерживать максимальные эксплуатационные нагрузки необходимо подтвердить выполнением приведенных ниже условий.

1. При заданном максимальном отрыве заплата от «материнской» конструкции для каждого клеевого соединения способность воспринимать максимальные эксплуатационные нагрузки подтверждается расчетами, испытаниями или расчетами и испытаниями одновременно. Превышение установленной величины отрыва заплата должно быть конструктивно ограничено.

ИЛИ

2. Должны быть проведены подтверждающие испытания для каждого элемента конструкции, воспринимающего максимальные

эксплуатационные нагрузки в случае отрыва ремонтной заплаты для каждого ремонтного соединения

ИЛИ

3. Должны быть установлены надежные и достоверные методы периодического НК для подтверждения прочности для каждого клеевого ремонтного соединения.

Выполнение первого условия исключает клеевой ремонт, если отклеивание заплаты по причине недостаточной долговечности может привести к снижению степени усиления конструкции в месте повреждения и снижению прочности ниже установленных пределов. Выполнение второго условия во многих случаях неприменимо к ремонтным соединениям и в любом случае не регламентирует долговечность соединения. Дополнительные пояснения по данному условию указывают на необходимость параллельного с испытаниями подтверждения стойкости использованных в соединении материалов к длительному воздействию факторов окружающей среды. Третье условие не может быть полностью выполнено только методами НК, но может быть удовлетворено совместным использованием результатов натуральных испытаний, применением доступных методов НК и, в некоторых случаях, – использованием системы встроенного контроля состояния клеевого соединения.

## **1.6 Выводы по разделу 1**

На основании приведенных выше особенностей применения клеевых соединений можно сделать вывод, что процедура проведения клеевого ремонта металлических конструкций планера ВС принципиально реализуема в условиях применения существующих клеевых составов при использовании разработанных технологий установки композитных ремонтных заплата.

Несмотря на объективные ограничения применимости клеевых ремонтных соединений по трудоемкости технологических операций установки и контроля качества соединения, клеевые соединения имеют преимущества по качеству выполненного ремонта повреждения конструкции. Под **качеством** данного вида ремонта понимается степень снижения скорости развития исходного дефекта в «материнской» конструкции на всем протяжении жизненного цикла изделия.

Из всего многообразия доступных технологий клеевых ремонтов наименьшим количеством технологических переходов будет обладать технология установки предварительно отвержденной композитной заплаты. При реализации данной технологии с учетом более широкого привлечения предприятия-разработчика авиационной техники к разработке и сопровождению технологии ремонта существует реальная возможность снизить влияние недостатков, сопутствующих клеевым соединениям, и повысить качество клеевых ремонтных операций, проводимых силами технического персонала организации-эксплуатанта авиационной техники.

Для определения конструктивных параметров клеевого ремонтного соединения с использованием отвержденных заплата необходимо иметь адекватный алгоритм проектировочного расчета. В последующих разделах настоящей работы автором решается научная задача построения такого алгоритма, позволяющего оценивать качество клеевого ремонта, определять пригодность материалов заплаты и клеевого состава к использованию в качестве ремонтных, задавать потребные интервалы периодических осмотров места проведения ремонта конструкции.

## **2 Математическая модель клеевого ремонта металлических конструкций планера летательного аппарата**

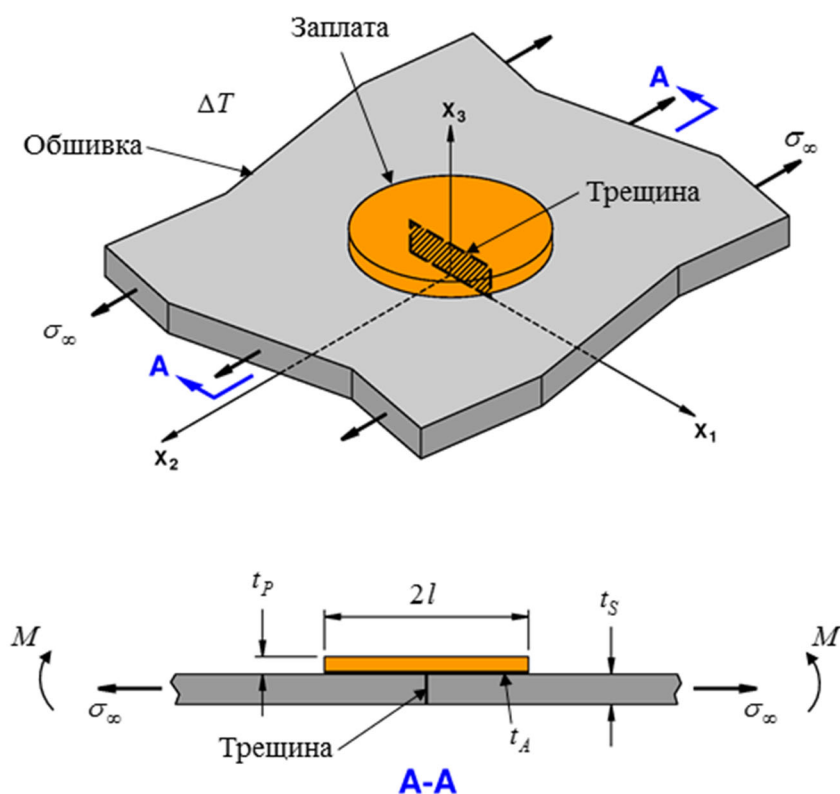
### **2.1 Постановка задачи**

Установка клеевой ремонтной заплаты может производиться как в профилактических целях для перераспределения нагрузки в потенциально опасном месте конструкции, так и собственно для восстановления несущей способности поврежденного структурного элемента. В любом случае, соединение разнородных материалов влечет за собой возникновение напряженно-деформированного состояния (НДС), определение параметров которого потребует значительных ресурсов. При проектировочных и проверочных расчетах ремонтных процедур для конструкций современных летательных аппаратов широко применяются коммерческие пакеты конечно-элементного моделирования, что не всегда будет являться оптимальным подходом к процессу разработки ремонтных процессов: очень часто наибольшего внимания требуют небольшие по размерам зоны клеевого соединения в месте наибольшей концентрации напряжений на кромке (вершине) возникшего дефекта и по периметру приклеиваемой заплаты. Расходование вычислительных мощностей и времени расчета на моделирование процессов в остальных, «регулярных», зонах может стать нецелесообразным. Для проектировочных расчетов большей производительностью будут обладать приближенные численно-аналитические методы, имеющие меньшую точность вычислений по сравнению с современными конечно-элементными и конечно-объемными методами, но позволяющие качественно оценивать целый класс исследуемых зависимостей, что в свою очередь будет способствовать исключению неудовлетворительных вариантов на ранних стадиях разработки. Задача создания аналитической модели для расчета клеевых ремонтных соединений решена

автором настоящей работы и представлена в данном разделе. При этом автором считается, что продольный модуль упругости композиционного материала ремонтной заплата является величиной переменной и зависящей от числа циклов нагружения клеевого соединения.

## **2.2 Определение напряженно-деформированного состояния клеевого ремонтного соединения**

При рассмотрении клеевого ремонтного соединения в качестве упрощенной схемы принимается, что на плоскую обшивку прикреплена эллиптическая в общем случае заплата; линейные размеры обшивки достаточно велики для того, чтобы можно было пренебречь краевыми эффектами от заделки обшивки при рассмотрении напряженно-деформированного состояния в месте установки заплаты. Обшивка имеет линейный сквозной дефект типа острой трещины. Такой тип дефекта является одним из наиболее опасных для металлических конструкций с точки зрения скорости роста дефекта под действием нагрузки на конструкцию. Заплата сориентирована так, чтобы середина трещины располагалась в центре заплаты (рисунок 2.1).



$t_{S,P,A}$  - толщины обшивки, заплата и клеевой прослойки, соответственно  
 $l$  - половина длины нахлеста в клеевом соединении

Рисунок 2.1 Схема клеевого ремонтного соединения

К обшивке приложены растягивающие механические напряжения  $\sigma_{\infty}$ , раскрывающие трещину, и система «обшивка-заплата» подвергается воздействиям при изменении температуры среды  $\Delta T$  (связанные с тепловым циклом отверждения клеевого состава и циклом перепада температур в процессе эксплуатации летательного аппарата с установленным ремонтом). Поскольку заплата устанавливается только с одной стороны обшивки, при приложении внешней растягивающей нагрузки возникает изгибающий момент  $M$ , как дополнительный силовой фактор, влияющий на характер развития дефекта в исходной обшивке. Примерами конструкций, демонстрирующими НДС, сходное с описанным выше, могут быть растянутые области обшивки оперения и крыла, панели обшивки фюзеляжа.

При нахождении напряжений и деформаций исследуемого клевого соединения удобно воспользоваться поэтапной методикой расчета [149-151]:

- на первом этапе рассматривается влияние наличия локальной заплаты на изменение исходного НДС обшивки без учета дефекта при допущении, что заплата жестко прикреплена к обшивке;
- на втором этапе производится оценка напряжений в клеевом слое при передаче воздействия от обшивки к заплате,
- на третьем этапе определяются коэффициенты интенсивности напряжений (КИН) в вершине трещины от приложенной растягивающей нагрузки, определенной этапами ранее.

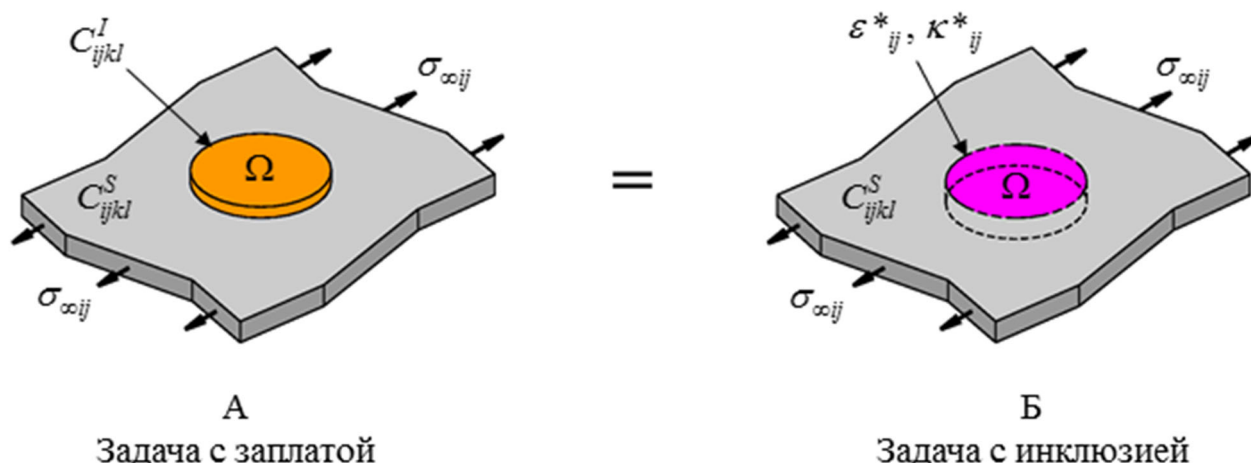
### 2.2.1 Перераспределение нагружения в обшивке при установке заплаты

Из анализа геометрии соединения очевидно, что рассматриваемая область может быть разделена на две зоны: изотропную гомогенную обшивку с эллиптическим отверстием и гетерогенную вставку, представляющую собой составную пластину «обшивка-клей-заплата».

Для определения вклада приклеенной заплаты в изменение картины распределения напряжений обшивки необходимо рассчитать значения характеристик упругости составной вставки (модули упругости, модули сдвига, коэффициенты Пуассона и др.), определить напряжения вставки и вычислить долю напряжений, приходящихся на обшивку, – эти напряжения будут влиять на развитие существующего в обшивке дефекта.

Решение задачи с заплатой осуществляется при помощи решения вспомогательной задачи эквивалентной инклюзии [11, 36, 100, 129] и проводится для области  $S$ , занятой изотропным материалом, содержащей подобласть  $\Omega$ . Подобласть  $\Omega$  в задаче инклюзии характеризуется величинами значений деформаций  $\varepsilon^*_{ij}$  и значений кривизны  $\kappa^*_{ij}$ , причем эти значения равны нулю за пределами подобласти  $\Omega$ . Поля напряжений и деформаций для области с

инклюзией будут такими же, как если бы гетерогенную подобласть  $\Omega$  заменили действием выбранных соответствующим образом собственных деформаций  $\varepsilon^*_{ij}$  и  $\kappa^*_{ij}$  (рисунок 2.2).



$C^{S,I}_{ijkl}$  – тензоры упругости обшивки  $S$  и вставки  $I$ , соответственно (причем тензор  $C^I_{ijkl}$  автор настоящей работы рассматривает как функцию от модуля продольной упругости материала заплаты  $E^P$ , модуль  $E^P$  не будет оставаться постоянным при приложении циклической растягивающей нагрузки); (индексы  $i$  и  $j$  соответствуют ориентации по координатам  $x_1$  и  $x_2$ ) (здесь и далее: индексы  $I, P, S$  обозначают принадлежность обозначенной величины области инклюзии, заплаты и обшивки соответственно), обшивка изотропна, инклюзия в данном расчете принимается ортотропной.

Рисунок 2.2 Схема метода инклюзии

Из условия равенства двух случаев следует, что внутри подобласти  $\Omega$  должно выполняться условие для напряжений и деформаций:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon^I_{ij} &= \varepsilon^\Omega_{ij}, \\
 \kappa^I_{ij} &= \kappa^\Omega_{ij}, \\
 \sigma^I_{ij} &= \sigma^\Omega_{ij}.
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

В то же время, за пределами подобласти  $\Omega$  поле деформаций выражается с учетом замены составной вставки на эквивалентное действие значений ее деформации (с учетом суммирования по повторяющимся индексам):

$$\varepsilon_{ij}^S = H_{ijkl} \varepsilon_{kl}^* + \varepsilon_{\infty ij}, \quad (2.2)$$

здесь  $\varepsilon_{\infty ij}$  – поле деформаций от исходной удаленно приложенной внешней нагрузки,  $H_{ijkl}$  – безразмерный тензор Эшелби [100]. Таким образом, для нахождения поля деформаций для задачи инклюзии необходимо определить компоненты тензора Эшелби. Для изотропного материала, занимающего область  $S$ , содержащего эллиптическую инклюзию, компоненты искомого тензора будут представляться в виде [100, 132]:

$$\begin{aligned} H_{1111} &= \frac{3}{8\pi(1-\nu)} a^2 I_{11} + \frac{1-2\nu}{8\pi(1-\nu)} I_1, \\ H_{1122} &= \frac{1}{8\pi(1-\nu)} b^2 I_{12} + \frac{1-2\nu}{8\pi(1-\nu)} I_1, \\ H_{1133} &= \frac{1}{8\pi(1-\nu)} c^2 I_{13} + \frac{1-2\nu}{8\pi(1-\nu)} I_1, \\ H_{1212} &= \frac{a^2 + b^2}{16\pi(1-\nu)} I_{12} + \frac{1-2\nu}{16\pi(1-\nu)} (I_1 + I_2), \\ H_{1112} &= H_{1223} = H_{1232} = 0; \end{aligned} \quad (2.3)$$

где  $a > b > c$  – полуоси эллипса инклюзии. Остальные ненулевые компоненты тензора получаются циклической перестановкой индексов  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$  при условии одновременной перестановки  $a \rightarrow b \rightarrow c$ .

В выражениях (2.3) величины  $I$  определяются через стандартные эллиптические интегралы:

$$\begin{aligned} F(\theta, k) &= \int_0^\theta \frac{dw}{\sqrt{(1-k^2 \sin^2 w)}}, \\ E(\theta, k) &= \int_0^\theta \sqrt{(1-k^2 \sin^2 w)} dw, \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\theta = \arcsin \sqrt{\frac{a^2 - c^2}{a^2}}, \quad k = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2 - c^2}}.$$

Тогда, величины  $I$  будут выражаться из условий:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{4\pi abc}{(a^2 - b^2)\sqrt{(a^2 - c^2)}} [F(\theta, k) - E(\theta, k)], \\ I_3 &= \frac{4\pi abc}{(b^2 - c^2)\sqrt{(a^2 - c^2)}} \left[ \frac{b\sqrt{(a^2 - c^2)}}{ac} - E(\theta, k) \right], \\ I_1 + I_2 + I_3 &= 4\pi, \\ 3I_{11} + I_{12} + I_{13} &= \frac{4\pi}{a^2}, \\ 3a^2I_{11} + b^2I_{12} + c^2I_{13} &= 3I_1, \\ I_{12} &= \frac{I_2 - I_1}{a^2 - b^2}. \end{aligned} \tag{2.5}$$

После определения компонент тензора Эшелби для деформаций, аналогичную процедуру можно провести для значений кривизны  $\kappa^*_{ij}$ , связанных с кривизной клеевого соединения, вызванной изгибающим моментом, выражением [81]:

$$\kappa_{ij}(\mathbf{x}) = K_{ijkl}(\mathbf{x}) \kappa^*_{kl}; \tag{2.6}$$

где  $\kappa_{ij}(\mathbf{x}) = -\frac{\partial \omega(\mathbf{x})}{\partial x_1 \partial x_2}$ ,  $\omega(x_1, x_2)$  – прогиб обшивки,  $\mathbf{x}$  – вектор координат

рассматриваемой точки в плоскости инклюзии,  $\mathbf{x}'$  – вектор координат точки приложения условной изгибающей силы, результатом действия которой будет изгибающий момент [81].

$$\begin{aligned} K_{ijkl}(\mathbf{x}) &= - \left[ \int_{\Omega} M_{kl}(\mathbf{x}', \mathbf{x}) d\mathbf{x}' \right]_{,ij}, \\ M_{kl}(\mathbf{x}', \mathbf{x}) &= -\frac{1}{4\pi} \left[ (1 + \nu_S) \ln \rho \delta_{kl} + (1 - \nu_S) \frac{(x'_k - x_k)(x'_l - x_l)}{\rho^2} \right], \\ \rho &= |\mathbf{x}' - \mathbf{x}| = \sqrt{(x'_1 - x_1)^2 + (x'_2 - x_2)^2}; \end{aligned}$$

$$d\mathbf{x}' = dx'_1 dx'_2.$$

Вводя обозначение интегралов в виде:

$$\hat{H}(\mathbf{x}) = \int_{\Omega} (\ln \rho) dx'_1 dx'_2,$$

$$\hat{H}_{kl}(\mathbf{x}) = \int_{\Omega} \frac{(x'_k - x_k)(x'_l - x_l)}{\rho^2} dx'_1 dx'_2,$$

тензор  $K_{ijkl}(\mathbf{x})$  выражается как:

$$K_{ijkl}(\mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi} \left[ (1 + \nu_S) \hat{H}_{,ij} \delta_{kl} + (1 - \nu_S) \hat{H}_{kl,ij} \right], \quad (2.7)$$

( $\delta_{kl}$  – символ Кронекера,  $\nu_S$  – коэффициент Пуассона обшивки,  $i, j, k, l = 1, 2$ )

Вычислив тензор  $K_{ijkl}$  и кривизну  $\kappa_{ij}$ , можно определить результирующий изгибающий момент от действия собственной кривизны инклюзии:

$$M_{ij} = \begin{cases} D_{ijkl}^S (\kappa_{kl} - \kappa_{kl}^*) & \in \Omega \\ D_{ijkl}^S \kappa_{kl} & \notin \Omega \end{cases} \quad (2.8)$$

Здесь  $D_{ijkl}^S = \int_0^{t_S} C_{ijkl}^S (x_3 - h_0)^2 dx_3$  – матрица изгибной жесткости,  $h_0$  –

положение срединной плоскости обшивки по координате  $x_3$ .

Для инклюзии в виде эллиптического цилиндра с полуосями  $a > b$  значения компонентов интегралов  $\hat{H}(\mathbf{x})$  и  $\hat{H}_{kl}(\mathbf{x})$  при  $\mathbf{x} \in \Omega$  выражаются в виде [82]:

$$\hat{H}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} H_{ij}^* x_i x_j \quad (2.9)$$

$$\hat{H}_{kl}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} H_{klij}^* x_i x_j$$

где

$$H_{12}^* = H_{21}^* = 0,$$

$$H_{11}^* = 2\pi \frac{b}{a+b},$$

$$H_{22}^* = 2\pi \frac{a}{a+b},$$

$$H_{1111}^* = -H_{2211}^* = 2\pi \frac{b^2}{(a+b)^2},$$

$$H_{2222}^* = -H_{1122}^* = 2\pi \frac{a^2}{(a+b)^2},$$

$$H_{1212}^* = 2\pi \frac{ab}{(a+b)^2}.$$

Таким образом, выражение (2.7) для  $\mathbf{x} \in \Omega$  можно привести к виду:

$$K_{ijkl}(\mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi} \left[ (1 + \nu_S) H_{ij}^* \delta_{kl} + (1 - \nu_S) H_{ijkl}^* \right] \quad (2.10)$$

Соотношения для осевых усилий  $N_{ij}$  и изгибающих моментов  $M_{ij}$  в задаче с заплатой будут выражаться следующим образом (заплата жестко закреплена на обшивке):

$$N_{ij} = \begin{cases} A_{ijkl}^I \varepsilon_{kl}^I + B_{ijkl}^I \kappa_{kl}^I - N_{ij}^{(T)} & \in \Omega \\ A_{ijkl}^S \varepsilon_{kl}^I & \notin \Omega \end{cases} \quad (2.11)$$

$$M_{ij} = \begin{cases} B_{ijkl}^I \varepsilon_{kl}^I + D_{ijkl}^I \kappa_{kl}^I - M_{ij}^{(T)} & \in \Omega \\ D_{ijkl}^S \kappa_{kl}^I & \notin \Omega \end{cases}$$

где  $A_{ijkl}$ ,  $B_{ijkl}$  и  $D_{ijkl}$  – мембранные, смешанные и изгибные жесткости,  $N_{ij}$  и  $M_{ij}$  – результирующие усилия и моменты,  $\varepsilon_{kl}$  и  $\kappa_{kl}$  – векторы деформации и кривизны срединной плоскости обшивки, верхние индексы  $I$  и  $S$  обозначают величины в области вставки и обшивки, соответственно.

Компоненты жесткости для области вставки можно определить как суммы соответствующих компонентов обшивки и заплата по отдельности (индексы  $S$  и  $P$  указывают на область обшивки и заплата,  $t_{S,P}$  – толщины обшивки и заплата, соответственно):

$$A_{ijkl}^I = \int_0^{t_S} C_{ijkl}^S dx_3 + \int_{t_S}^{t_S+t_P} C_{ijkl}^P dx_3,$$

$$B_{ijkl}^I = \int_0^{t_S} C_{ijkl}^S (x_3 - h_0) dx_3 + \int_{t_S}^{t_S+t_P} C_{ijkl}^P (x_3 - h_0) dx_3,$$

$$D_{ijkl}^I = \int_0^{t_S} C_{ijkl}^S (x_3 - h_0)^2 dx_3 + \int_{t_S}^{t_S+t_P} C_{ijkl}^P (x_3 - h_0)^2 dx_3, \quad (2.12)$$

Осевые усилия и изгибающие моменты, действующие в области вставки:

$$N_{ij}^I = \int_0^{t_S} C_{ijkl}^S \varepsilon_{kl} dx_3 + \int_0^{t_S+t_P} C_{ijkl}^P \varepsilon_{kl} dx_3,$$

$$M_{ij}^I = \int_0^{t_S} C_{ijkl}^I \varepsilon_{kl} (x_3 - h_0) dx_3 + \int_0^{t_S+t_P} C_{ijkl}^P \varepsilon_{kl} (x_3 - h_0) dx_3.$$

Компоненты усилий, вызванных изменением температуры, можно найти из соотношений [94, 95]:

$$N_{11}^{(T)} = \frac{(E_{11}^P \Delta\alpha_{11} + \nu_{12}^P E_{22}^P \Delta\alpha_{22}) \Delta T \cdot t_P}{1 - \nu_{12}^P \nu_{21}^P},$$

$$N_{22}^{(T)} = \frac{(\nu_{21}^P E_{11}^P \Delta\alpha_{11} + E_{22}^P \Delta\alpha_{22}) \Delta T \cdot t_P}{1 - \nu_{12}^P \nu_{21}^P},$$

$$N_{12}^{(T)} = 0,$$

$$M_{ij}^{(T)} = \frac{(t_S + t_P - h_0)^2 - (t_S - h_0)^2}{2t_P} \cdot N_{ij}^{(T)};$$

где  $\Delta\alpha_{ij} = \alpha_{ij}^P - \alpha_S \delta_{ij}$  – разность коэффициентов температурного расширения материалов обшивки и заплат,  $E_{ij}^P$ ,  $\nu_{ij}^P$  – модули упругости и коэффициенты Пуассона ортотропного материала заплат.

В соответствии с методикой [82], можно отметить: поля напряжений, поля деформаций срединной плоскости и поле кривизны, индуцируемые наличием подобласти  $\Omega$ , будут такими же, как если бы эти поля были вызваны воздействием полей  $\varepsilon_{ij}^*$  и  $\kappa_{ij}^*$  подобласти  $\Omega$  при обоснованном выборе значений  $\varepsilon_{ij}^*$  и  $\kappa_{ij}^*$ .

Разрешающие соотношения для задачи с инклюзией представляются в виде:

$$N_{ij} = \begin{cases} A_{ijkl}^S (\varepsilon_{kl}^\Omega - \varepsilon_{kl}^*) & \in \Omega \\ A_{ijkl}^S \varepsilon_{kl}^\Omega & \notin \Omega \end{cases} \quad (2.14)$$

$$M_{ij} = \begin{cases} D_{ijkl}^S (\kappa_{kl}^\Omega - \kappa_{kl}^*) & \in \Omega \\ D_{ijkl}^S \kappa_{kl}^\Omega & \notin \Omega \end{cases}$$

Для равномерно распределенных и постоянных  $\varepsilon_{ij}^*$  и  $\kappa_{ij}^*$  соотношения упругости для задачи с инклюзией выражаются как

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij}(\mathbf{x}) &= H_{ijkl}(\mathbf{x}) \cdot \varepsilon_{kl}^* + \varepsilon_{\infty ij}, \\ \kappa_{ij}(\mathbf{x}) &= K_{ijkl}(\mathbf{x}) \cdot \kappa_{kl}^*; \end{aligned} \quad (2.15)$$

где  $H_{ijkl}$  и  $K_{ijkl}$  – тензоры типа Эшелби для значений деформаций и кривизны (см. выражения (2.3) и (2.10)).

По причине изгиба обшивки с заплатой при приложении нагрузки величины  $\varepsilon_{ij}^*$  и  $\kappa_{ij}^*$  распределяются неравномерно по толщине обшивки. По требованию эквивалентности между деформациями, кривизной, усилиями и результирующим моментами для задач с заплатой и с инклюзией должны выполняться условия:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij}^I &= \varepsilon_{ij}^\Omega, \\ \kappa_{ij}^I &= \kappa_{ij}^\Omega, \\ N_{ij}^I &= N_{ij}^\Omega, \\ M_{ij}^I &= M_{ij}^\Omega. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Удовлетворить условиям (2.16) при наличии изгиба удастся приблизительно, подобрав значения величин  $\varepsilon_{ij}^*$  и  $\kappa_{ij}^*$ . Подбор значений проводится при выполнении условия (2.16) в точке с координатами (0, 0) (в начале координат) и при подстановке результатов вычислений (2.11) и (2.14) – (2.15) в выражения (2.16). Таким образом, приближенные значения неизвестных компонентов искомых величин  $\varepsilon_{ij}^*$  и  $\kappa_{ij}^*$  будут представлены в виде [82]:

$$\begin{aligned} \Delta A_{zz11} \cdot (H_{1111}(\mathbf{0}) \varepsilon_{11}^* + H_{1122}(\mathbf{0}) \varepsilon_{22}^*) + \Delta A_{zz22} \cdot (H_{2211}(\mathbf{0}) \varepsilon_{11}^* + H_{2222}(\mathbf{0}) \varepsilon_{22}^*) + \\ + A_{zz11}^S \varepsilon_{11}^* + A_{zz22}^S \varepsilon_{22}^* + B_{zz11}^I \cdot (K_{1111}(\mathbf{0}) \kappa_{11}^* + K_{1122}(\mathbf{0}) \kappa_{22}^*) + \\ + B_{zz22}^I \cdot (K_{2211}(\mathbf{0}) \kappa_{11}^* + K_{2222}(\mathbf{0}) \kappa_{22}^*) = N_{zz}^{(T)} + \Delta A_{zz11} \varepsilon_{\infty 11} + \Delta A_{zz22} \varepsilon_{\infty 22}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \Delta B_{zz11} \cdot (H_{1111}(\mathbf{0}) \varepsilon^*_{11} + H_{1122}(\mathbf{0}) \varepsilon^*_{22}) + \Delta B_{zz22} \cdot (H_{2211}(\mathbf{0}) \varepsilon^*_{11} + H_{2222}(\mathbf{0}) \varepsilon^*_{22}) + \\
& + D_{zz11}^S \kappa^*_{11} + D_{zz22}^S \kappa^*_{22} + \Delta D_{zz11}^I \cdot (K_{1111}(\mathbf{0}) \kappa^*_{11} + K_{1122}(\mathbf{0}) \kappa^*_{22}) + \\
& + \Delta D_{zz22}^I \cdot (K_{2211}(\mathbf{0}) \kappa^*_{11} + K_{2222}(\mathbf{0}) \kappa^*_{22}) = M_{zz}^{(T)} + B_{zz11}^I \varepsilon_{\infty 11} + B_{zz22}^I \varepsilon_{\infty 22};
\end{aligned} \tag{2.17}$$

$$\varepsilon_{\infty ij} = (C_{ijkl}^S)^{-1} \cdot \sigma_{\infty kl},$$

$$\Delta A_{ijkl} = A_{ijkl}^I - A_{ijkl}^S,$$

$$\Delta D_{ijkl} = D_{ijkl}^I - D_{ijkl}^S,$$

$$z = 1, 2.$$

В отсутствие приложенных касательных нагрузок, касательные компоненты напряжений при выводе выражений (2.17) были приняты равными нулю.

После нахождения значений компонентов величин  $\varepsilon^*_{ij}$  и  $\kappa^*_{ij}$ , поля деформаций и кривизны срединной поверхности обшивки рассчитываются по выражению (2.15), значения результирующих усилий и моментов – по выражениям (2.14). Вычислив все необходимые составляющие для решения задачи инклюзии, можно определить распределение напряжений между составляющими элементами в задаче с заплатой:

$$\begin{aligned}
\sigma_{ij}^S &= C_{ijkl}^S \cdot (\varepsilon_{kl}^I + (x_3 - h_0) \kappa_{kl}^I), \\
\sigma_{ij}^P &= C_{ijkl}^P \cdot (\varepsilon_{kl}^I - \varepsilon_{kl}^{(T)P} + (x_3 - h_0) \kappa_{kl}^I).
\end{aligned} \tag{2.18}$$

Компоненты величин деформации  $\varepsilon_{kl}^I$  и кривизны  $\kappa_{kl}^I$  находятся из (2.11) и выражаются в виде:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{kl}^I \\ \kappa_{kl}^I \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{ijkl}^I & B_{ijkl}^I \\ B_{ijkl}^I & D_{ijkl}^I \end{bmatrix}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} A_{klmn}^S & 0 \\ 0 & D_{klmn}^S \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{mn}^\Omega - \varepsilon_{mn}^* \\ \kappa_{mn}^\Omega - \kappa_{mn}^* \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} N_{kl}^{(T)} \\ M_{kl}^{(T)} \end{Bmatrix} \right\} \tag{2.19}$$

Вне подобласти  $\Omega$  распределение напряжений в обшивке подчиняется выражению:

$$\sigma_{ij}^S = C_{ijkl}^S \cdot (\varepsilon_{kl}^\Omega + (x_3 - h_0) \kappa_{kl}^\Omega) \tag{2.20}$$

В результате разделения исходной задачи об односторонней установке клеевой заплаты на два расчетных случая в виде задачи с заплатай и задачи с эквивалентной инклюзией были получены аналитические зависимости, позволяющие находить картину распределения напряжений в заплатай и обшивке под заплатай. Найденные напряжения в обшивке под заплатай будут использоваться для исследования характеристик развития существующего дефекта в виде острой трещины.

### **2.2.2 Определение параметров клеевого слоя**

В предыдущем разделе клеевое ремонтное соединение рассматривалось как жесткое закрепление ремонтной заплаты на обшивке без учета работы клеевой прослойки. Такой подход позволяет оценить изменение НДС в соединении с заплатай, но не принимает во внимание важнейший фактор, влияющий на надежность клеевого ремонта, – характер передачи нагрузки от обшивки к заплатай через клеевой слой и работу клеевого слоя. От надежного функционирования клеевого шва будет зависеть общее качество проведенного клеевого ремонта.

При проведении проектировочного расчета клеевых соединений популярной методикой стала схема Харт-Смита [60, 112] на основе теории Голанда-Рейсснера [2, 173] и ее модификации для односторонних клеевых ремонтов при разнообразных граничных и начальных условиях [121, 148]. Указанная схема рассматривает нагружение клеевого соединения растягивающим усилием при дополнительном условии изменения температуры. Схема Харт-Смита выбрана автором для включения в аналитическую модель клеевого ремонтного соединения за ее достоверность, достаточную для достижения целей настоящей работы, наглядность и удобство модификации свойств материалов, используемых в ремонтном соединении. Общая расчетная схема показана на рисунке 2.3.

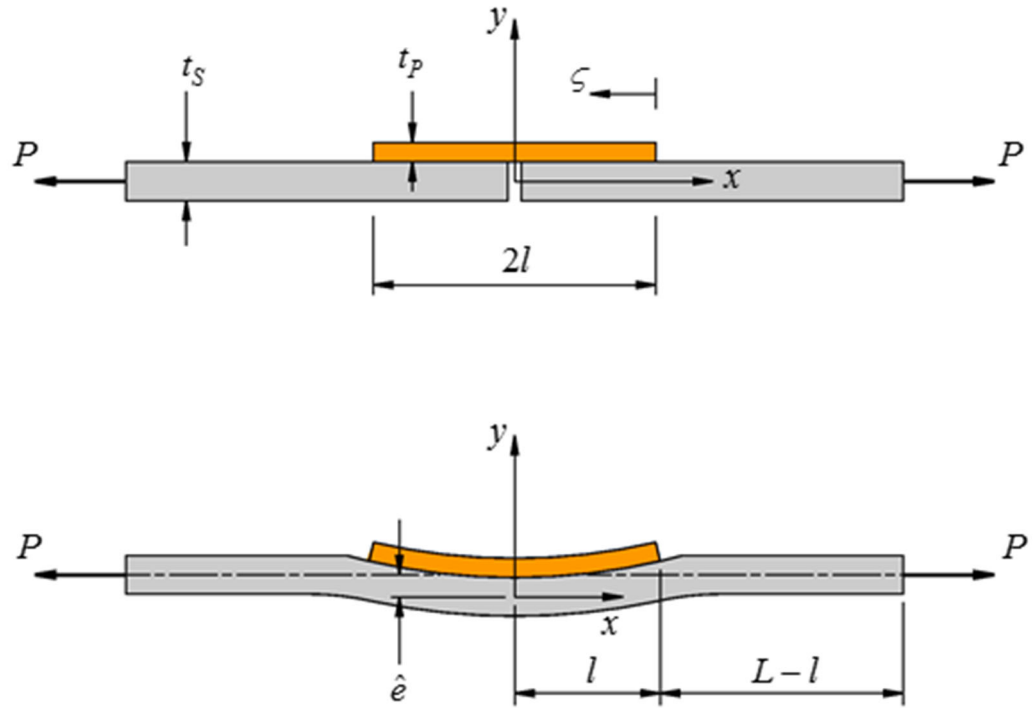


Рисунок 2.3 Схема клеевого соединения внахлест.

По схеме Харт-Смита для нахождения величин напряжений в клеевом слое следует выполнить последовательно несколько шагов:

- определить величины изгибающих моментов в соединяемых элементах на краях нахлеста и в сечении с дефектом;
- определить величины отрывных напряжений в клеевом слое, вызываемых изгибом соединения;
- определить касательные напряжения в клеевом слое при передаче нагрузки между элементами.

При определении изгибающих моментов принимается для упрощения, что заплатка жестко закреплена на обшивке и размеры обшивки значительно больше длины нахлеста ( $L \gg l$ ). Тогда, изгибающий момент в обшивке вне нахлеста будет представляться в виде:

$$M_S = -P\omega_S, \quad |x| > l; \quad (2.21)$$

где  $\omega_S$  – прогиб обшивки вне нахлеста,  $P$  – растягивающая сила на единицу ширины обшивки.

С другой стороны, изгибающий момент в зоне нахлеста выражается как:

$$M_I = -P(\omega_I + \hat{e}) + M^{therm}, \quad |x| \leq l; \quad (2.22)$$

здесь:  $\hat{e} = \frac{t_S + t_P}{2} \cdot \frac{S}{1+S}$  – эксцентриситет приложения нагрузки,  $S = \frac{E'_P t_P}{E'_S t_S}$  –

коэффициент редукции составного сечения из разнородных материалов

$$(E'_{S,P} = \frac{E_{S,P}}{1-\nu_{S,P}^2}); \quad M^{therm} = F^{therm} \cdot \left( \frac{t_S + t_P}{2} \right), \quad F^{therm} = \frac{E'_S t_S E'_P t_P (\alpha_P - \alpha_S) \Delta T}{E'_S t_S + E'_P t_P} -$$

момент и усилие в соединении разнородных материалов от действия температуры.

Из теории изгиба пластин [52] следует:

$$M_S = -D_S \frac{d^2 \omega_S}{dx^2}, \quad (2.23)$$

$$M_I = -D_I \frac{d^2 \omega_I}{dx^2}, \quad (2.24)$$

$D_S$  и  $D_I$  – изгибные жесткости обшивки и составной вставки «обшивки-заплата»,  $D_I$  является переменной величиной, изменяющейся в зависимости от переменной величины продольного модуля упругости материала заплата, зависящего от числа циклов усталостного нагружения. Подставляя (2.23) в (2.21) и (2.24) в (2.22), получим следующие дифференциальные уравнения:

$$\frac{d^2 \omega_S}{dx^2} - \frac{P}{D_S} \omega_S = 0, \quad (2.25)$$

$$\frac{d^2 \omega_I}{dx^2} - \frac{P}{D_I} \omega_I = \frac{P \left( \hat{e} - \frac{M^{therm}}{P} \right)}{D_I}, \quad (2.26)$$

Общие решения уравнений (2.25) и (2.26) будут в виде:

$$\omega_S(x) = A \cosh(\xi_S x) + B \sinh(\xi_S x), \quad |x| > l,$$

$$\omega_I(x) = C \cosh(\xi_I x) + F \sinh(\xi_I x) - \hat{e} + \frac{M^{therm}}{P}, \quad |x| \leq l;$$

где  $\xi_S = \sqrt{P/D_S}$ ,  $\xi_I = \sqrt{P/D_I}$ ;  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $F$  – константы, определяемые из естественных граничных условий:

$$\text{а. } \left. \frac{d\omega_I}{dx} \right|_{x=0} = 0,$$

$$\text{б. } \omega_S(l) = \omega_I(l), \quad (2.27)$$

$$\text{в. } \left. \frac{d\omega_S}{dx} \right|_{x=l} = \left. \frac{d\omega_I}{dx} \right|_{x=l},$$

$$\text{г. } \omega_S(L) = 0.$$

По условию (2.27а) константа  $F = 0$ .

Из условия (2.27г) будет следовать, что:

$$A = -B \tanh(\xi_H L).$$

Условие совместности деформаций обшивки и вставки (2.27б) даст выражение:

$$B \cdot (-\tanh(\xi_H L) \cosh(\xi_H l) + \sinh(\xi_H l)) = C \cosh(\xi_I l) - \left( \hat{e} - \frac{M^{therm}}{P} \right),$$

откуда:

$$C = B \cdot \frac{(-\tanh(\xi_H L) \cosh(\xi_H l) + \sinh(\xi_H l))}{\cosh(\xi_I l)} + \frac{\left( \hat{e} - \frac{M^{therm}}{P} \right)}{\cosh(\xi_I l)}.$$

Из условия (2.27в) будет следовать, что:

$$\xi_I C \sinh(\xi_I l) = B \xi_H (-\tanh(\xi_H L) \sinh(\xi_H l) + \cosh(\xi_H l)).$$

Выражение для константы  $B$ :

$$B = - \frac{\left( \hat{e} - \frac{M^{therm}}{P} \right)}{\cosh(\xi_H l) \cdot [\tanh(\xi_H l) - \tanh(\xi_H L)] \cdot \left[ 1 - \frac{\xi_H (1 - \tanh(\xi_H L) \tanh(\xi_H l))}{\xi_I \tanh(\xi_I l) \cdot (\tanh(\xi_H l) - \tanh(\xi_H L))} \right]}.$$

Выражение для константы  $C$ :

$$C = \frac{\left( \hat{e} - \frac{M^{therm}}{P} \right)}{\cosh(\xi_I l)} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\xi_I \tanh(\xi_I l) \cdot (\tanh(\xi_H l) - \tanh(\xi_H L))}{\xi_H (1 - \tanh(\xi_H L) \tanh(\xi_H l))}}.$$

Получив выражения для констант  $A, B, C, F$ , можно определить величины прогибов в центре заплаты:

$$\begin{aligned} \omega_I(x=0) &= C - \left( \hat{e} - \frac{M^{therm}}{P} \right) = \\ &= \frac{\left( \hat{e} - \frac{M^{therm}}{P} \right)}{\cosh(\xi_I l)} \cdot \left( \frac{1}{1 - \frac{\xi_I \tanh(\xi_I l) \cdot (\tanh(\xi_H l) - \tanh(\xi_H L))}{\xi_H (1 - \tanh(\xi_H L) \tanh(\xi_H l))}} - \cosh(\xi_I l) \right) \end{aligned}$$

При значениях  $L \gg 1$ ,  $\xi_H L \rightarrow 1$  и константа  $C$  устремится к:

$$\frac{\left( \hat{e} - \frac{M^{therm}}{P} \right)}{\cosh(\xi_I l) + \frac{\xi_I}{\xi_H} \sinh(\xi_I l)}.$$

Таким образом, прогиб станет выражаться как:

$$\omega_I(x) = \frac{\left( \hat{e} - \frac{M^{therm}}{P} \right)}{\cosh(\xi_I l) + \frac{\xi_I}{\xi_H} \sinh(\xi_I l)} - \left( \hat{e} - \frac{M^{therm}}{P} \right) \text{ при } L \gg 1.$$

После подстановки уравнений прогиба для обшивки вне нахлеста  $\omega_S(x)$  и прогиба в зоне нахлеста  $\omega_I(x)$  в уравнения моментов (2.23) и (2.24) можно получить:

$$M_I(x) = - \frac{P \left( \hat{e} - \frac{M^{therm}}{P} \right) \cdot \cosh(\xi_I x)}{\cosh(\xi_I l) + \frac{\xi_I}{\xi_S} \sinh(\xi_I l)}, \quad (2.28)$$

$$M_S(x) = - \frac{P \left( \hat{e} - \frac{M^{therm}}{P} \right) \cdot (\sinh(\xi_S x) - \cosh(\xi_S x))}{\cosh(\xi_S l) (1 - \tanh(\xi_S l)) \left( 1 + \frac{\xi_S}{\xi_I \tanh(\xi_I l)} \right)}. \quad (2.29)$$

После определения изгибающих моментов в сечении клевого соединения, по схеме Харт-Смита рассчитываются величины отрывных напряжений в клеевом слое. При расчете упрощенно принимаем, что отрывные и касательные напряжения действуют независимо и не влияют друг на друга. В отличие от предыдущего шага, в вычислениях ниже предполагаем наличие тонкой клеевой прослойки между соединяемыми обшивкой и заплатой, причем толщина клея  $t_A$  много меньше толщин обшивки  $t_S$  и заплата  $t_P$  (рисунок 2.4).

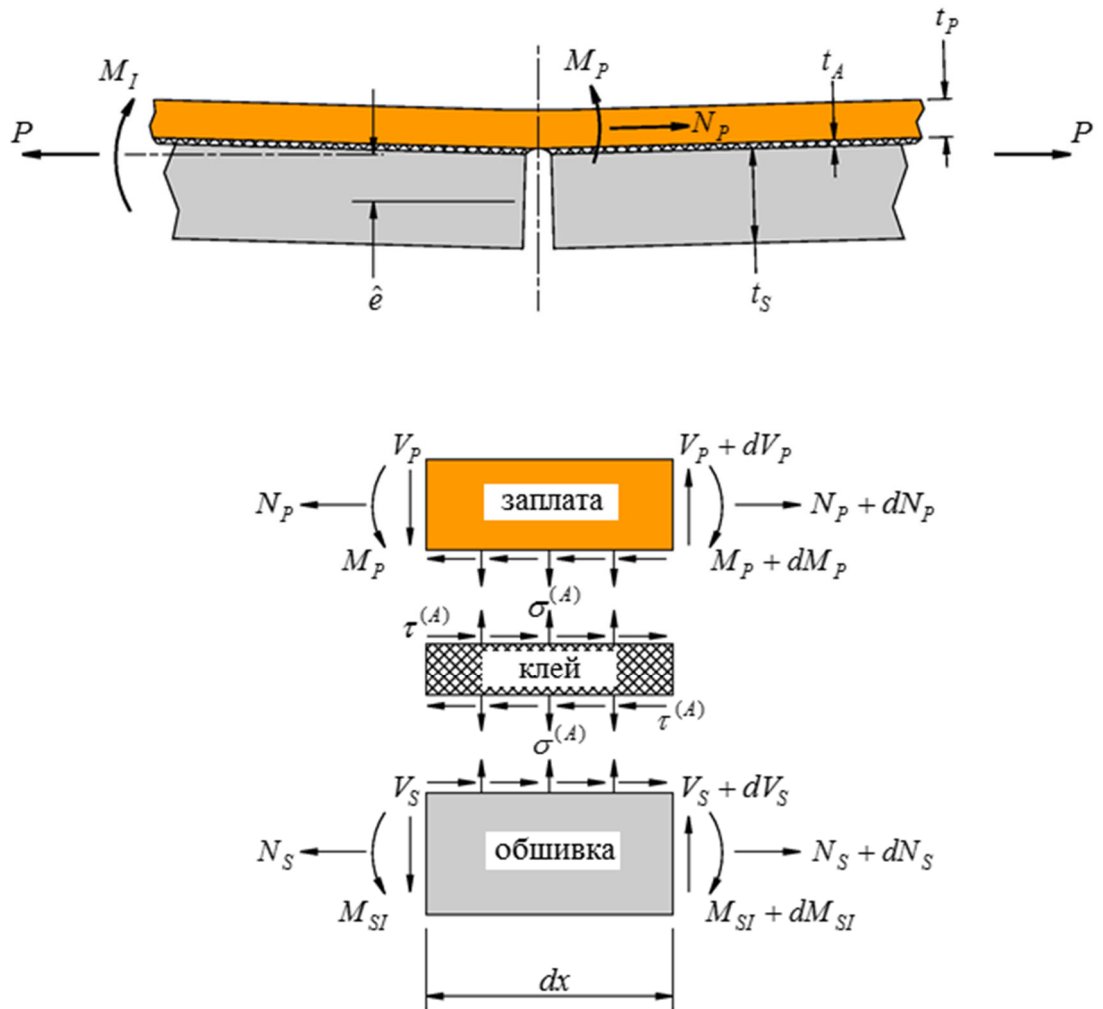


Рисунок 2.4 Схема усилий в клеивом слое

Уравнения равновесия для соединения, приведенного на рисунке 2.4:

$$\begin{aligned} \frac{dN_P}{dx} - \tau^{(A)} &= 0, & \frac{dN_S}{dx} + \tau^{(A)} &= 0, \\ \frac{dV_P}{dx} - \sigma^{(A)} &= 0, & \frac{dV_S}{dx} + \sigma^{(A)} &= 0, \end{aligned} \quad (2.30)$$

$$\frac{dM_P}{dx} = V_P - \frac{\tau^{(A)} t_P}{2}, \quad \frac{dM_{SI}}{dx} = V_S - \frac{\tau^{(A)} t_S}{2}.$$

Из (2.23) и (2.24) получим:

$$\frac{d^2 \omega_P}{dx^2} = -\frac{M_P}{D_P}, \quad \frac{d^2 \omega_S}{dx^2} = -\frac{M_{SI}}{D_S}. \quad (2.31)$$

Отрывные и касательные деформации в клеевом слое можно выразить [148]:

$$\varepsilon^{(A)} = \frac{\sigma^{(A)}}{E_A} = \frac{\omega_P - \omega_S}{t_A}, \quad \gamma^{(A)} = \frac{\tau^{(A)}}{G_A} = \frac{u_P - u_S}{t_A}. \quad (2.32)$$

Перемещения в заплате  $u_P$  и обшивке  $u_S$  определяются по обе стороны от клеевого слоя и связаны с приложенными силами и моментами выражениями:

$$\begin{aligned} \frac{du_P}{dx} &= \frac{N_P}{E'_P t_P} - \frac{M_P t_P}{2D_P} + \alpha_P \Delta T, \\ \frac{du_S}{dx} &= \frac{N_S}{E'_S t_S} - \frac{M_{SI} t_S}{2D_S} + \alpha_S \Delta T. \end{aligned} \quad (2.33)$$

Для разделения неизвестных напряжений, в выражениях (2.30) касательные напряжения считаем постоянными; тогда, используя уравнения равновесия сил и моментов, можно получить:

$$\frac{d^2 M_{SI}}{dx^2} - \frac{d^2 M_P}{dx^2} = \frac{dV_S}{dx} - \frac{dV_P}{dx}. \quad (2.34)$$

Поперечные прогибы обшивки и заплаты (при условии  $L \gg l$ , см. рисунок 2.3) выражаются следующим образом:

$$\begin{aligned} \omega_S &= \frac{1}{2}(\omega_S - \omega_P) + \frac{1}{2}(\omega_S + \omega_P) = \frac{1}{2}(\omega_S - \omega_P) + \omega_I, \\ \omega_P &= -\frac{1}{2}(\omega_S - \omega_P) + \frac{1}{2}(\omega_S + \omega_P) = -\frac{1}{2}(\omega_S - \omega_P) + \omega_I; \end{aligned} \quad (2.35)$$

где  $\omega_I$  – срединный прогиб клеевого соединения, найденный на предыдущем шаге расчета. Используя выражения (2.30) и (2.31) и подставив их в (2.34), получим дифференциальное уравнение:

$$-D_S \frac{d^4 \omega_S}{dx^4} + D_P \frac{d^4 \omega_P}{dx^4} + 2\sigma^{(A)} = 0, \quad (2.36)$$

или, выразив прогиб через отрывные деформации:

$$\frac{d^4 \varepsilon^{(A)}}{dx^4} + \frac{E_A}{t_A} \left( \frac{1}{D_P} + \frac{1}{D_S} \right) \varepsilon^{(A)} = 0. \quad (2.37)$$

Заменяя в (2.36) искомые функции в соответствии с (2.35):

$$\frac{d^4}{dx^4} \left( \frac{\omega_S - \omega_P}{2} \right) + \frac{4E_A}{t_A(D_S + D_P)} \left( \frac{\omega_S - \omega_P}{2} \right) = - \frac{(D_S - D_P)}{(D_S + D_P)} \frac{d^4 \omega_I}{dx^4}, \quad (2.38)$$

общее решение дифференциального уравнения (2.38) для разности  $\frac{1}{2}(\omega_S - \omega_P)$  получится в виде:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(\omega_S - \omega_P) = & A \cosh(vx) \cos(vx) + B \sinh(vx) \sin(vx) + \\ & + G \sinh(vx) \cos(vx) + H \cosh(vx) \sin(vx) \end{aligned} \quad (2.39)$$

$$\text{где } v^4 = \frac{E_A}{t_A(D_S + D_P)}.$$

Используя выражение для  $\omega_I$ , можно получить частное решение уравнения (2.38) в виде:

$$\frac{1}{2}(\omega_S - \omega_P) = J \cosh(\xi_I x), \quad (2.40)$$

$$J = - \frac{(D_S - D_P) \left( \hat{e} - \frac{M^{therm}}{P} \right)}{\left( (D_S + D_P) + \frac{4E_A}{t_A \xi_I^4} \right) \left( \cosh(\xi_I l) + \frac{\xi_I}{\xi_S} \sinh(\xi_I l) \right)}. \quad (2.41)$$

Для достаточно длинной заплаты для точек в зоне нахлеста вблизи его краев выражение (2.40) можно упростить ( $\zeta = l - x$ ):

$$\frac{1}{2}(\omega_S - \omega_P) \approx \frac{(D_S - D_P) \left( \hat{e} - \frac{M^{therm}}{P} \right)}{\left( (D_S + D_P) + \frac{4E_A}{t_A \xi_I^4} \right) \left( 1 + \frac{\xi_I}{\xi_S} \right)} \cdot e^{-\xi_I \zeta} = C_C e^{-\xi_I \zeta}, \quad (2.42)$$

решение (2.39) аппроксимируется зависимостью:

$$\frac{1}{2}(\omega_S - \omega_P) \approx e^{-v\zeta} (A \cos(v\zeta) + B \sin(v\zeta)), \quad (2.43)$$

и общее решение исходного уравнения получает вид:

$$\frac{1}{2}(\omega_S - \omega_P) = e^{-v\zeta} (A \cos(v\zeta) + B \sin(v\zeta)) + C_C e^{-\xi_I \zeta}. \quad (2.44)$$

Одно граничное условие можно получить, принимая во внимание факт, что интеграл от отрывных напряжений по всей области клеевого соединения должен быть равен нулю, т.к. отрывные напряжения не могут давать вертикальной силы поперек клеевого слоя:

$$\int_0^{\infty} \sigma^{(A)} dx = -\frac{E_A}{t_A} \int_0^{\infty} (\omega_S - \omega_P) dx = 0, \quad (2.45)$$

что дает связь между константами:

$$A + B + \frac{2vC_C}{\xi_I} = 0, \quad (2.46)$$

Другое граничное условие использует равенство моментов в обшивке и заплате внутри зоны нахлеста у ее внешнего края моментам у края с внешней стороны зоны нахлеста, где момент в заплате равен 0, а момент в обшивке равен  $M_S(x=l)$ :

$$\begin{aligned} \left( \frac{M_P}{D_P} - \frac{M_S}{D_S} \right) \Big|_{\zeta=0} &= \frac{d^2}{d\zeta^2} (\omega_S - \omega_P) \Big|_{\zeta=0} = \\ &= 4v^2 e^{-v\zeta} (A \sin(v\zeta) + B \cos(v\zeta)) + 2\xi_I^2 C_C e^{-\xi_I \zeta} \Big|_{\zeta=0} = \\ &= 4v^2 B + 2\xi_I^2 C_C = -\frac{M_S(l)}{D_S} \end{aligned} \quad (2.47)$$

Константы интегрирования получаются равными:

$$\begin{aligned} B &= -\frac{M_S(l)}{4D_S v^2} - \frac{\xi_I^2 C_C}{2v^2}, \\ A &= \frac{M_S(l)}{4D_S v^2} + \frac{\xi_I^2 C_C}{2v^2} - \frac{2vC_C}{\xi_I}. \end{aligned} \quad (2.48)$$

Максимальные отрывные напряжения на краях нахлеста из выражений (2.32) и (2.44) представляются в виде:

$$\sigma_{\max}^{(A)} = -2 \frac{E_A}{t_A} \left( e^{-v\zeta} (A \cos(v\zeta) + B \sin(v\zeta)) + C_c e^{-\xi l \zeta} \right). \quad (2.49)$$

Для получения величины максимальных отрывных напряжений в месте повреждения обшивки можно предположить, что для достаточно длинного нахлеста произведение  $J \cosh(\xi_I x) \rightarrow 0$  в точке начала координат, и тогда выражение (2.43) можно рассматривать как решение исходного дифференциального уравнения (2.38). Константы  $A$  и  $B$  определяются так же, но с условиями  $M_P = M_I^P \Big|_{x=0}$  и  $M_S = 0$  в месте повреждения обшивки:

$$B = \frac{M_I^P(0)}{4v^2 D_P}, \quad A = -\frac{M_I^P(0)}{4v^2 D_P} = -B. \quad (2.50)$$

Отрывные напряжения клеевого слоя в месте повреждения обшивки:

$$\sigma_{\max}^{(A)} = -2A \frac{E_A}{t_A}. \quad (2.51)$$

Дифференциальные уравнения для вычисления касательных напряжений в клеевом слое выражаются из уже приведенных зависимостей (2.30) и (2.33):

$$\frac{d^2 u_P}{dx^2} = \frac{\tau^{(A)}}{E'_P t_P} - \frac{t_P}{2D_P} \left( V_P - \frac{\tau^{(A)} t_P}{2} \right); \quad (2.52)$$

$$\frac{d^2 u_S}{dx^2} = \frac{\tau^{(A)}}{E'_S t_S} + \frac{t_S}{2D_S} \left( V_S - \frac{\tau^{(A)} t_S}{2} \right). \quad (2.53)$$

Вычитая (2.53) из (2.52) с подстановкой (2.32), продифференцировав однократно по  $x$ , получим:

$$\frac{d^3 \tau^{(A)}}{dx^3} - \frac{4G_A}{t_A} \left( \frac{1}{E'_P t_P} + \frac{1}{E'_S t_S} \right) \frac{d\tau^{(A)}}{dx} = -\frac{G_A}{t_A} \left( \frac{t_P}{2D_P} - \frac{t_S}{2D_S} \right) \sigma^{(A)}. \quad (2.54)$$

Правая часть уравнения (2.54) будет равна 0, если склеиваются материалы одинаковой толщины и механических свойств; в случае клеевого соединения композитной заплаты с металлической обшивкой можно принять, что разница

свойств между заплатой и обшивкой компенсируется разницей их толщин так, что

$$\frac{t_P}{2D_P} = \frac{t_S}{2D_S}, \text{ и тогда можно считать:}$$

$$\frac{d^3 \tau^{(A)}}{dx^3} - \frac{4G_A}{t_A} \left( \frac{1}{E'_P t_P} + \frac{1}{E'_S t_S} \right) \frac{d\tau^{(A)}}{dx} \approx 0. \quad (2.55)$$

Отмечая, что:

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{d^2 \tau^{(A)}}{dx^2} - \frac{4G_A}{t_A} \left( \frac{1}{E'_P t_P} + \frac{1}{E'_S t_S} \right) \tau^{(A)} \right) = 0,$$

$$\frac{d^2 \tau^{(A)}}{dx^2} - \frac{4G_A}{t_A} \left( \frac{1}{E'_P t_P} + \frac{1}{E'_S t_S} \right) \tau^{(A)} = const;$$

получим общее решение уравнения (2.55) в виде:

$$\tau^{(A)} = A \cosh(2\beta_A x) + B \sinh(2\beta_A x) + C, \quad (2.56)$$

где  $\beta_A = \sqrt{\frac{G_A}{t_A} \left( \frac{1}{E'_P t_P} + \frac{1}{E'_S t_S} \right)}$ ; отыскивая для начала напряжения на краю

нахлеста и считая, что обшивка не имеет дефектов в начале координат, постоянные

интегрирования находятся из соответствующих граничных условий для  $\frac{d\tau^{(A)}}{dx}$  и

$\tau^{(A)}$ :

$$\tau^{(A)}(0) = 0, \quad N_S(l) = P, \quad N_P(l) = 0; \quad (2.57)$$

$$M_S(l) = M_{SI}(l), \quad M_P(l) = 0. \quad (2.58)$$

Нагрузка в заплате при  $x = 0$  должна быть равна сумме касательных напряжений, передаваемых клеевым слоем:

$$N_P(0) = \int_0^l \tau^{(A)} dx. \quad (2.59)$$

Для длинного нахлеста суммарный изгибающий момент в середине заплаты будет нулевым, и усилие в заплате  $N_P(0)$  может быть найдено из условия равновесия сил вдоль оси  $X$ :

$$\sigma_S(0) = \frac{\sigma_\infty}{1+S},$$

$$N_S(0) = t_S \sigma_S(0) = \frac{\sigma_\infty t_S}{1+S},$$

$$\varepsilon_S(0) = \frac{\sigma_S(0)}{E'_S} = \frac{\sigma_\infty}{E'_S(1+S)}.$$

Учитывая равенство  $\varepsilon_P(0) = \varepsilon_S(0)$ , можно получить:

$$N_P(0) = t_P \sigma_P(0) = E'_P t_P \varepsilon_P(0) = E'_P t_P \varepsilon_S(0) = \frac{E'_P t_P \sigma_\infty}{E'_S(1+S)} = \frac{S \sigma_\infty t_S}{1+S}.$$

Добавляя температурные напряжения, уравнение (2.58) можно привести к виду:

$$\int_0^l \tau^{(A)} dx = \frac{S \sigma_\infty t_S}{1+S} - F^{therm}. \quad (2.60)$$

Решение уравнения (2.56) для длинного нахлеста (если  $\beta_A l$  на единицу ширины соединения много больше 1) вблизи края заплаты может быть сведено к зависимости (здесь учтены свойства гиперболических функций  $\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ ,

$$\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}):$$

$$\tau^{(A)} = B e^{-2\beta_A x} + C. \quad (2.61)$$

Считая, что  $e^{-2\beta_A l} \approx 0$  для случая  $\beta_A l \gg 1$ , и используя приведенные выше соотношения, можно получить систему уравнений для определения констант  $B$  и  $C$ :

$$\int_0^l \tau^{(A)} dx \approx \frac{B}{2\beta_A} + Cl = \frac{S \sigma_\infty t_S}{1+S} - F^{therm}, \quad (2.62)$$

$$\left. \frac{d\tau^{(A)}}{dx} \right|_{x=l} = \left( -\frac{P}{E'_S t_S} - \frac{t_S M_{SI}(l)}{D_S} + (\alpha_P - \alpha_S) \Delta T \right) \frac{G_A}{t_A} = -2\beta_A B. \quad (2.63)$$

Таким образом, касательные напряжения на краю нахлеста выразятся зависимостью:

$$\tau^{(A)}(l) = \frac{G_A}{2\beta_A t_A} \left( \frac{t_S M_{SI}(l)}{2D_S} + \frac{\sigma_\infty}{E'_S} + (\alpha_S - \alpha_P) \Delta T \right) \left( 1 - \frac{1}{2\beta_A l} \right) + \frac{S}{1+S} \left( \frac{\sigma_\infty t_S}{l} \right) - \frac{F^{therm}}{l}. \quad (2.64)$$

Для определения величины касательных напряжений в месте повреждения обшивки по решению (2.61) граничные условия для нахождения  $B$  и  $C$  примут вид:

$$\int_0^l \tau^{(A)} dx = \frac{S \sigma_\infty t_S}{1+S} + F^{therm},$$

$$N_P(0) = P, \quad N_S(0) = 0, \quad M_P(0) = M_P^I(0), \quad M_S(0) = 0, \quad (2.65)$$

$$\left. \frac{d\tau^{(A)}}{dx} \right|_{x=0} = \left( \frac{\sigma_\infty t_S}{E'_P t_P} - \frac{t_P M_P^I(0)}{2D_P} + (\alpha_P - \alpha_S) \Delta T \right) \frac{G_A}{t_A}.$$

После нахождения  $B$  и  $C$  из (2.65) величина касательных напряжений клеевого слоя в месте повреждения обшивки примет значение:

$$\begin{aligned} \tau^{(A)}(0) = \frac{G_A}{2\beta_A t_A} \left( \frac{t_P M_P^I(0)}{2D_P} + \frac{\sigma_\infty t_\infty}{E'_S t_P} + (\alpha_S - \alpha_P) \Delta T \right) \left( 1 - \frac{1}{2\beta_A l} \right) + \\ + \frac{1}{1+S} \left( \frac{\sigma_\infty t_S}{l} \right) + \frac{F^{therm}}{l} \end{aligned} \quad (2.66)$$

Полученные в ходе расчета выражения для определения касательных и отрывных напряжений клеевого слоя могут быть использованы в проектировочном расчете для подбора подходящего по прочности клеевого состава. Кроме этого, представленные взаимосвязи между приложенными усилиями и деформациями в клеевом слое будут использоваться при определении характера работы заплаты в процессе стягивания берегов существующего в обшивке дефекта.

### 2.2.3 Расчет коэффициентов интенсивности напряжений в месте повреждения

В разделе 2.1.1 было найдено распределение нормальных напряжений в обшивке при наличии приклеенной ремонтной заплаты: эти напряжения не

постоянны по толщине обшивки из-за действия возникшего изгибающего момента. Для удобства оценки вклада растягивающей силы и изгибающего момента, результирующие напряжения обшивки так же представляются в виде мембранных и изгибных компонентов  $\bar{\sigma}_{ij}^S$  и  $\hat{\sigma}_{ij}^S$ .

Для нахождения значений этих компонентов воспользуемся зависимостью для изгибающего момента во вставке «обшивка-заплата» (2.28) и выразим кривизну средней линии сечения при изгибе:

$$\kappa_{22}^I(0) = -\frac{d^2 \omega^I}{dx_2^2} = \frac{M_{22}^I(0)}{D_{22}^I}, \quad (2.67)$$

$$\varepsilon_{22}^I(0, x_3) = (x_3 - h_0) \kappa_{22}^I(0).$$

Здесь числовые индексы связаны с направлением осей координат в соответствии с рисунком 2.1,  $h_0 = \frac{t_S}{2} + \hat{e}$  – положение нейтральной плоскости вставки «обшивка-заплата»,  $D_{22}^I$  – изгибная жесткость вставки относительно ее нейтральной оси.

Изгибные и мембранные компоненты в обшивке и заплате при действии изгибающего момента и растягивающего усилия будут выражаться [93, с. 176-183, 121]:

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{22}^S(0) &= -\frac{P \hat{e} t_S E'_S}{2 \cdot \left( \cosh(\xi_I l) + \frac{\xi_I}{\xi_S} \sinh(\xi_I l) \right) D_{22}^I}, \\ \bar{\sigma}_{22}^S(0) &= \frac{P \hat{e}^2 E'_S}{\left( \cosh(\xi_I l) + \frac{\xi_I}{\xi_S} \sinh(\xi_I l) \right) D_{22}^I} + \frac{P}{(1+S)t_S}, \\ \hat{\sigma}_{22}^P(0) &= -\frac{P \hat{e} t_P E'_P}{2 \cdot \left( \cosh(\xi_I l) + \frac{\xi_I}{\xi_S} \sinh(\xi_I l) \right) D_{22}^I}, \end{aligned} \quad (2.68)$$

$$\bar{\sigma}_{22}^P(0) = \frac{P \hat{e} \left( \hat{e} - \frac{t_P + t_S}{2} \right) E'_S}{\left( \cosh(\xi_I l) + \frac{\xi_I}{\xi_S} \sinh(\xi_I l) \right) D_{22}^I} + \frac{PS}{(1+S)t_P}.$$

При расчете параметров развития дефекта компоненты  $\bar{\sigma}_{ij}^S$  и  $\hat{\sigma}_{ij}^S$  будут приниматься постоянными по длине дефекта и равными значениям в центре каждого сечения обшивки, т.е.  $\sigma_m^0 = \bar{\sigma}_{22}^S(0)$  и  $\sigma_b^0 = \hat{\sigma}_{22}^S(0)$ . Считая обшивку и заплату тонкими пластинами, распределение напряжений по берегам трещины может считаться результатом суперпозиции мембранного усилия ( $-N_0$ ) и изгибающего момента ( $-M_0$ ):

$$\sigma_{22}^S(x_1, x_2 = 0, x_3) = -\frac{N_0}{t_S} + \frac{12M_0 x_3}{t_S^3}, \quad |x_1| \leq a,$$

$$N_0 = \sigma_m^0 t_S, \quad M_0 = \frac{\sigma_m^0 t_S^2}{6}, \quad a - \text{половина длины трещины.}$$

Основная идея метода расчета заключается в представлении действия заплаты как работы бесконечного числа упругих «пружин», стягивающих берега трещины, и в определении упругих характеристик этих «пружин» из анализа плоско-напряженного состояния обшивки с односторонней заплатай (рисунок 2.5).

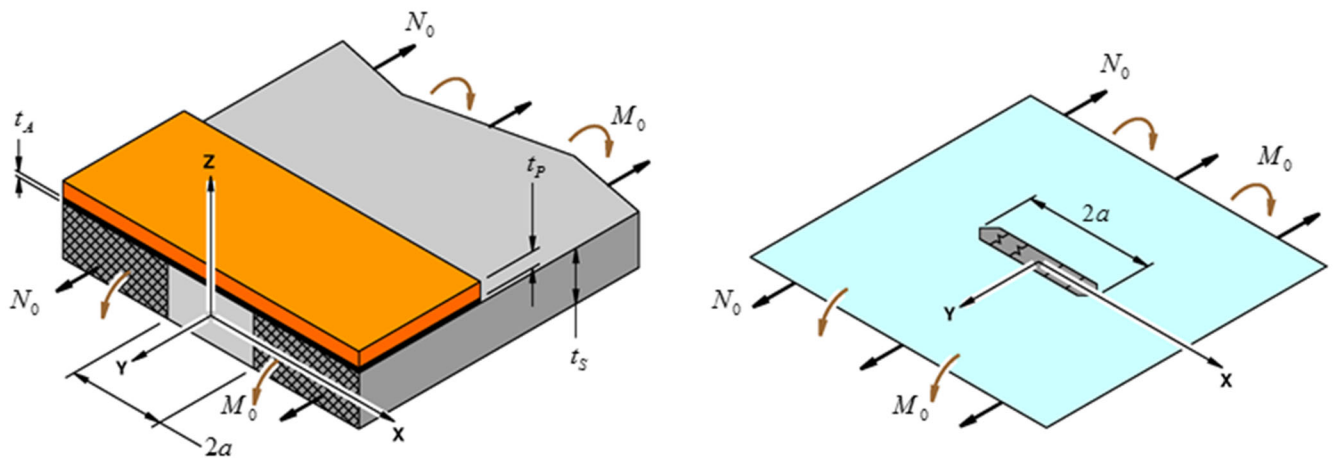


Рисунок 2.5 Схема расчета параметров перекрытия дефекта системой упругих «пружин»

Таким образом, трехмерная задача расчета клееного ремонта сводится к решению двумерной задачи перекрытия трещины и одномерной задаче расчета характеристик перекрывающих трещину «пружин». Результирующее сингулярное интегральное уравнение приближенно решается методом Галеркина.

Для определения упругих констант перекрывающих пружин необходимо найти величины раскрытия трещины  $\tilde{\nu}$  и поворота ее берегов  $\tilde{\theta}$  при действии внутреннего мембранного усилия  $n_0$  и изгибающего момента  $m_0$  (рисунок 2.6).

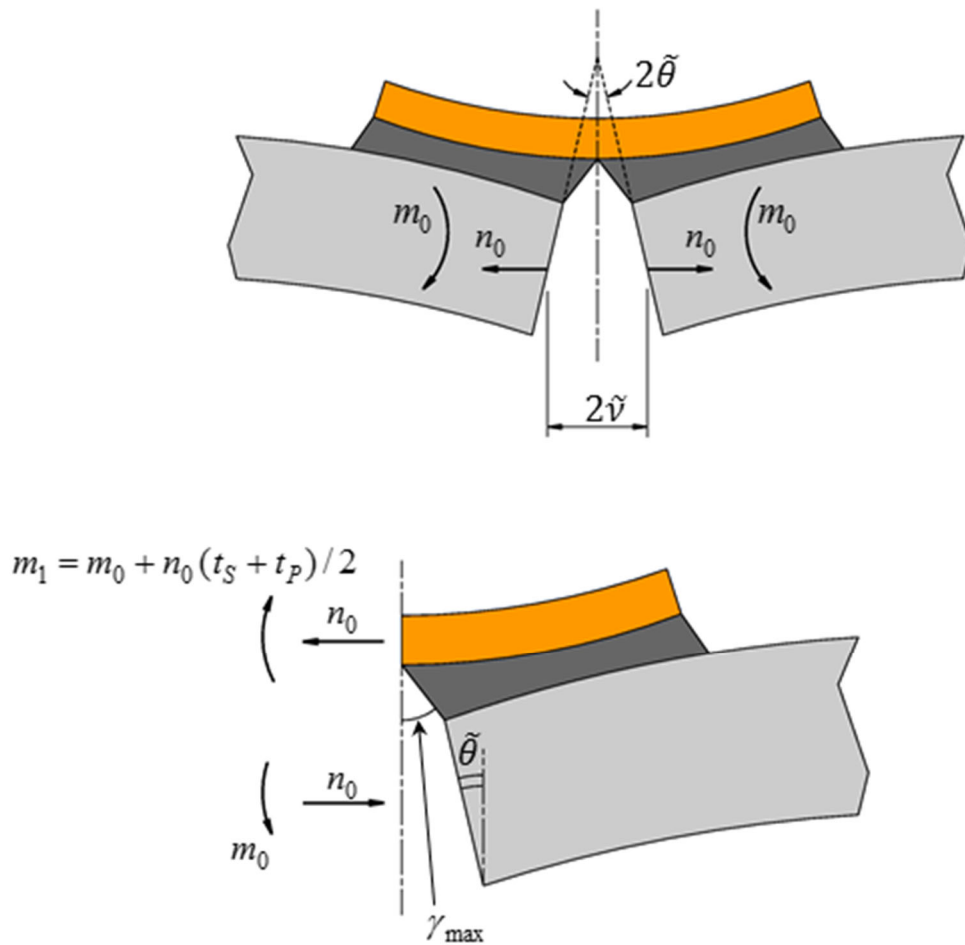


Рисунок 2.6 Определения параметров раскрытия трещины в обшивке

Решая дифференциальные уравнения для касательных и отрывных напряжений клееного слоя (принимаемых постоянными по толщине клееного слоя) (2.37) и (2.55) при заданных условиях:

$$M^S(y=0) = -m_0, \quad M^P(y=0) = m_1 = m_0 + n_0 \left( \frac{t_S + t_P}{2} \right),$$

$$N^S(y=0) = -n_0, \quad N^P(y=0) = n_0$$

можно получить выражения для продольных деформаций в обшивке и заплате по обе стороны от клеевого шва:

$$\varepsilon_P(y=0) = \frac{N^P(y=0)}{E'_P t_P} + \frac{t_P M^P(y=0)}{2D_P} = \frac{n_0}{E'_P t_P} + \frac{m_1 t_P}{2D_P}, \quad (2.69)$$

$$\varepsilon_S(y=0) = \frac{N^S(y=0)}{E'_S t_S} - \frac{t_S M^S(y=0)}{2D_S} = -\frac{n_0}{E'_S t_S} + \frac{m_0 t_S}{2D_S}. \quad (2.70)$$

Из соотношений (2.30) можно получить:

$$\left. \frac{dM^P}{dy} \right|_{y=0} = D_P \left. \frac{d^3 \omega_P}{dy^3} \right|_{y=0} = V_P + \frac{\tau^{(A)} t_P}{2} \Big|_{y=0} = V_P(y=0) + \frac{\gamma_{\max}^{(A)} G_A t_P}{2},$$

$$\left. \frac{dM^S}{dy} \right|_{y=0} = D_S \left. \frac{d^3 \omega_S}{dy^3} \right|_{y=0} = V_S + \frac{\tau^{(A)} t_S}{2} \Big|_{y=0} = V_S(y=0) + \frac{\gamma_{\max}^{(A)} G_A t_S}{2}.$$

С учетом приведенных выше зависимостей, граничные условия для сдвиговых деформаций клеевого слоя будут:

$$\left. \frac{d\gamma^{(A)}}{dy} \right|_{y=0} = \frac{\varepsilon_P(z = t_S / 2 + t_A) - \varepsilon_S(z = t_S / 2)}{t_A} =$$

$$= \frac{1}{t_A} \left( \frac{1}{E'_P t_P} + \frac{1}{E'_S t_S} + \frac{3(t_P + t_S)}{E'_P t_P^2} \right) n_0 + \frac{6}{t_A} \left( \frac{1}{E'_P t_P^2} - \frac{1}{E'_S t_S^2} \right) m_0 \quad (2.71)$$

Соответствующие граничные условия для отрывных деформаций выражаются как:

$$\left. \frac{d^3 \varepsilon^{(A)}}{dy^3} \right|_{y=0} = \frac{1}{t_A} \frac{d^3 (\omega_P - \omega_S)}{dy^3} = \frac{1}{t_A} \left( \frac{V_P + \gamma_{\max}^{(A)} t_P / 2}{D_P} - \frac{V_S + \gamma_{\max}^{(A)} t_P / 2}{D_S} \right) =$$

$$= \frac{G_A}{2t_A} \left( \frac{t_P}{D_P} - \frac{t_S}{D_S} \right) \gamma_{\max}^{(A)}, \quad (2.72)$$

откуда максимальная сдвиговая деформация в клеевом слое с учетом (2.71) получается равной:

$$\gamma_{\max}^{(A)} = -\frac{1}{2\beta_A t_A} \left( \frac{1}{E'_P t_P} + \frac{1}{E'_S t_S} + \frac{3(t_S + t_P)}{E'_P t_P^2} \right) n_0 - \frac{6}{2\beta_A t_A} \left( \frac{1}{E'_P t_P^2} - \frac{1}{E'_S t_S^2} \right) m_0.$$

Обозначив поворот сечения обшивки при  $y=0$  как  $\tilde{\theta}_0$  и учитывая, что  $\partial\omega_P / \partial y|_{y=0} = 0$  по условию симметрии, и что  $\varepsilon^{(A)} = (\omega_P - \omega_S) / t_A$ , по определению получим:

$$\begin{aligned} \tilde{\theta}_0 &= \frac{\partial\omega_S}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{\partial(\omega_S - \omega_P)}{\partial y} \Big|_{y=0} = -t_A \frac{\partial\varepsilon^{(A)}}{\partial y} \Big|_{y=0} = \\ &= \left( \frac{t_S + t_P}{2\tilde{\nu}D_P} - \frac{G_A}{8\tilde{\nu}^2\beta_A t_A} \left( \frac{t_P}{D_P} - \frac{t_S}{D_S} \right) \cdot \left( \frac{1}{E'_P t_P} + \frac{1}{E'_S t_S} + \frac{t_P(t_P + t_S)}{4D_P} \right) \right) n_0 + \\ &+ \left( \frac{1}{\tilde{\nu}D_P} \left( 1 + \frac{D_P}{D_S} \right) - \frac{G_A}{16\tilde{\nu}^2\beta_A t_A} \left( \frac{t_P}{D_P} - \frac{t_S}{D_S} \right)^2 \right) m_0, \end{aligned} \quad (2.73)$$

здесь  $\tilde{\nu}^4 = \frac{E'_A}{4t_A} \left( \frac{1}{D_S} + \frac{1}{D_P} \right)$ , и  $E'_A = \frac{2G_A}{1-\nu_A}$  – модуль Юнга для клеевого слоя в

плоско-деформированном состоянии.

Перемещение раскрытия трещины по срединной плоскости обшивки будет:

$$\begin{aligned} \tilde{v}_0 &= -\gamma_{\max}^{(A)} t_A + \frac{\tilde{\theta}_0 t_S}{2} = \\ &= \left[ \frac{t_S(t_P + t_S)}{4\tilde{\nu}D_P} + \left[ \frac{1}{E'_P t_P} + \frac{1}{E'_S t_S} + \frac{t_P(t_P + t_S)}{4D_P} \right] \cdot \left[ \frac{1}{2\beta_A} - \frac{G_A t_S}{16\tilde{\nu}^2\beta_A t_A} \left( \frac{t_P}{D_P} - \frac{t_S}{D_S} \right) \right] \right] \cdot n_0 + \\ &+ \left[ \frac{t_S}{2\tilde{\nu}D_P} \left( 1 + \frac{D_P}{D_S} \right) + \left( \frac{t_P}{2D_P} - \frac{t_S}{2D_S} \right) \cdot \left[ \frac{1}{2\beta_A} - \frac{G_A t_S}{16\tilde{\nu}^2\beta_A t_A} \left( \frac{t_P}{D_P} - \frac{t_S}{D_S} \right) \right] \right] \cdot m_0 \end{aligned} \quad (2.74)$$

Теперь, выразив поворот сечений обшивки и перемещение раскрытия трещины в обшивке, можно связать их с мембранным усилием и изгибающим моментом матричной зависимостью:

$$\begin{Bmatrix} \tilde{v}_0 \\ \tilde{\theta}_0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{tt} & c_{tb} \\ c_{bt} & c_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_0 \\ m_0 \end{Bmatrix}, \quad (2.75)$$

где учтено, что коэффициенты  $c_{ij}$  на основе (2.73) и (2.74) выражаются через геометрические и физические параметры клевого соединения в виде:

$$\begin{aligned} c_{tt} &= \frac{t_S(t_S + t_P)}{4\tilde{\nu}D_P} + \left[ \frac{1}{E'_P t_P} + \frac{1}{E'_S t_S} + \frac{t_P(t_P + t_S)}{4D_P} \right] \cdot \left[ \frac{1}{2\beta_A} - \frac{G_A t_S}{16\tilde{\nu}^2 \beta_A t_A} \left( \frac{t_P}{D_P} - \frac{t_S}{D_S} \right) \right], \\ c_{tb} &= \frac{t_S}{2\tilde{\nu}D_P} \left( 1 + \frac{D_P}{D_S} \right) + \left( \frac{t_P}{2D_P} - \frac{t_S}{2D_S} \right) \cdot \left[ \frac{1}{2\beta_A} - \frac{G_A t_S}{16\tilde{\nu}^2 \beta_A t_A} \left( \frac{t_P}{D_P} - \frac{t_S}{D_S} \right) \right], \\ c_{bt} &= \frac{t_P + t_S}{2\tilde{\nu}D_P} - \frac{G_A}{8\tilde{\nu}^2 \beta_A t_A} \cdot \left( \frac{t_P}{D_P} - \frac{t_S}{D_S} \right) \cdot \left[ \frac{1}{E'_P t_P} + \frac{1}{E'_S t_S} + \frac{t_P(t_S + t_P)}{4D_P} \right], \\ c_{bb} &= \frac{1}{\tilde{\nu}D_P} \left( 1 + \frac{D_P}{D_S} \right) - \frac{G_A}{16\tilde{\nu}^2 \beta_A t_A} \left( \frac{t_P}{D_P} - \frac{t_S}{D_S} \right)^2. \end{aligned}$$

Для дальнейшего вывода упругих констант перекрытия трещины необходимо связать найденные линейные и угловые перемещения с мембранными  $\tilde{\sigma}_m^0 = n_0 / t_S$  и максимальными изгибными  $\tilde{\sigma}_b^0 = 6m_0 / t_S^2$  напряжениями в обшивке. Поскольку полная скорость высвобождения энергии деформации на единицу толщины обшивки равна

$$G = \tilde{\sigma}_m^0 \tilde{v}_0 + \frac{1}{6} \tilde{\sigma}_b^0 \tilde{\theta}_0 t_S,$$

то связь между напряжениями и линейными и угловыми перемещениями будет выглядеть:

$$\begin{Bmatrix} \tilde{\sigma}_m^0 \\ \tilde{\sigma}_b^0 \end{Bmatrix} = E_S \begin{bmatrix} k_{tt} & k_{tb} \\ k_{bt} & k_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{v}_0 \\ \frac{1}{6} \tilde{\theta}_0 t_S \end{Bmatrix}, \quad (2.76)$$

$$k_{tt} = \frac{c_{bb}}{E_S t_S \Delta}, \quad k_{tb} = \frac{6c_{tb}}{E_S t_S^2 \Delta}, \quad k_{bt} = -\frac{6c_{bt}}{E_S t_S^2 \Delta}, \quad k_{bb} = \frac{36c_{tt}}{E_S t_S^3 \Delta},$$

$$\Delta = c_{tt} c_{bb} - c_{tb} c_{bt}.$$

Как было сказано в начале текущего раздела, основу модели клеевого соединения с перекрытием трещины составляет представление изгибаемой обшивки, трещину в которой стягивают распределенные упругие «пружины». Упругие «пружины» моделируют работу ремонтной заплаты. Трещина раскрывается совместным действием растягивающих усилий и изгибающего момента, под действием которых берега трещины расходятся и поворачиваются на некоторый угол. Т.к. раскрытие трещины и поворот берегов меняются вдоль поверхностей трещины, меняются и величины усилий в перекрывающих «пружинах». Для нахождения значений параметров развития (роста) трещины можно выразить граничные условия рассматриваемой задачи через еще неизвестные функции перемещения и поворота берегов трещины вдоль  $y = 0$ :

$$\begin{aligned} N_{yy}(x, 0^+) &= -N_0 + d_{tt} \tilde{v}(x) + d_{tb} \tilde{\theta}(x), \\ M_{yy}(x, 0^+) &= -M_0 + d_{bt} \tilde{v}(x) + d_{bb} \tilde{\theta}(x), \end{aligned} \quad (2.77)$$

$$-a < x < a,$$

$$d_{tt} = \frac{c_{bb}}{\Delta}, \quad d_{tb} = -\frac{c_{tb}}{\Delta}, \quad d_{bt} = -\frac{c_{bt}}{\Delta}, \quad d_{bb} = \frac{c_{tt}}{\Delta};$$

$a$  – половина длины трещины.

В соответствии с решением, приведенным в работах [117, 118, 133], для неизвестного перемещения раскрытия трещины (точнее, для ее половины – относительно вертикальной плоскости симметрии рассматриваемого сечения) можно составить уравнение:

$$\frac{E_S t_S}{2\pi} \int_{-a}^a \frac{\tilde{v}(\xi)}{(x-\xi)^2} d\xi = N_{yy}(x, 0^+) = -N_0 + d_{tt} \tilde{v}(x) + d_{tb} \tilde{\theta}(x). \quad (2.78)$$

Интегральная часть уравнения (2.78) может рассматриваться как главное значение интеграла Коши с высокой степенью сингулярности подынтегрального выражения вблизи вершин трещины, что удовлетворительно согласуется с физической картиной развития дефекта и позволяет в расчете обойти ситуацию с устремлением к бесконечности величин напряжений в материале при подходе к острой вершине рассматриваемой трещины. Численное решение уравнения типа

(2.78) рассмотрено подробно многими исследователями [55, 105, 106, 146] и доказана хорошая сходимость получаемых решений.

Из неравенства нулю величин  $d_{tb}$  и  $d_{bt}$  очевидно следует связь мембранных составляющих усилий в «пружинах» не только с линейными перемещениями раскрытия трещины, но и с поворотом берегов трещины, таким образом, линейное растяжение трещины будет вызывать изгиб обшивки. В этих условиях, для нахождения изгибных деформаций в обшивке и искомых коэффициентов интенсивности напряжений, можно воспользоваться теорией пластин Рейсснера [113, 166].

В соответствии с приведенным в работе [118] решением, поворот  $\tilde{\theta}$  берега трещины от приложенного изгибающего момента будет равен:

$$\frac{E_S t_S^3}{24 \pi} \int_{-a}^a \frac{\tilde{\theta}(\zeta)}{(x-\zeta)^2} d\zeta + \frac{5}{1+\nu_S} \frac{E_S t_S}{24 \pi} \int_{-a}^a \hat{L}(\bar{s}) \tilde{\theta}(\zeta) d\zeta = M_{yy}(x, 0^+), \quad (2.79)$$

где  $\bar{s} = \sqrt{10} |x - \zeta| / t_S$ ,

$$\hat{L}(\bar{s}) = -\frac{48}{\bar{s}^4} + \frac{4}{\bar{s}^2} + 4(\hat{K}_2(\bar{s}) - \hat{K}_0(\bar{s})) + \frac{24}{\bar{s}^2} \hat{K}_2(\bar{s}),$$

и  $\hat{K}_0(\bar{s})$ ,  $\hat{K}_2(\bar{s})$  – модифицированные функции Бесселя второго рода.

Уравнение (2.79) может быть нормализовано к виду:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \frac{\bar{h}_1(\eta)}{(r-\eta)^2} d\eta + (k_{ta}a) \bar{h}_1(r) + (k_{tb}a) \bar{h}_2(r) &= \frac{\sigma_m^0}{E_S}, \\ -\frac{3}{2\pi} \int_{-1}^1 \frac{\bar{h}_2(\eta)}{(r-\eta)^2} d\eta - \frac{15}{2\pi(1+\nu_S)} \left(\frac{a}{t_S}\right)^2 \int_{-1}^1 \hat{L}\left(\sqrt{10} \frac{a}{t_S} |r-\eta|\right) \bar{h}_2(\eta) d\eta + \\ + (k_{bt}a) \bar{h}_1(r) + (k_{bb}a) \bar{h}_2(r) &= \frac{\sigma_b^0}{E_S} \end{aligned} \quad (2.80)$$

$$r = \frac{x}{a}, \quad \eta = \frac{\zeta}{a}.$$

Здесь введены безразмерные функции  $\bar{h}_1(x) = \frac{\tilde{v}(x)}{a}$ ,  $\bar{h}_2(x) = \frac{\theta(x)t_S}{6a}$ .

Левая часть первого уравнения (2.80) определяет мембранные напряжения, сингулярные вблизи  $r \rightarrow 1^+$  и  $r \rightarrow -1^-$ . Используя свойство асимптотического поведения при  $r \rightarrow 1^+$ , можно показать [133], что для функции  $f$ , ограниченной на интервале  $(-1, 1)$ , будет справедливо:

$$\lim_{r \rightarrow 1^+} \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \frac{f(\eta) \sqrt{1-\eta^2}}{(r-\eta)^2} d\eta = \lim_{r \rightarrow 1^+} \frac{f(1)}{2\sqrt{2(r-1)}}.$$

Мембранный коэффициент интенсивности напряжений в этом случае можно выразить как:

$$K_{mem} = \lim_{r \rightarrow 1^+} \sqrt{2\pi a(r-1)} \sigma_{yy}(r, 0) = \frac{E_S \sqrt{\pi a}}{2} \bar{h}_1(1), \quad (2.81)$$

изгибный же коэффициент интенсивности напряжений приобретет вид:

$$K_b = \frac{3E_S \sqrt{\pi a}}{2} \bar{h}_2(1). \quad (2.82)$$

Теперь, в соответствии с теорией пластин Рейсснера, можно выразить изменение суммарного коэффициента интенсивности напряжений по толщине обшивки:

$$K_I(x_3) = K_{mem} - \frac{2x_3}{t_S} K_b. \quad (2.83)$$

Для определения КИН  $K_I$  необходимо знать значения функций  $\bar{h}_1(1)$  и  $\bar{h}_2(1)$ . Уравнение (2.80) не имеет решения в замкнутой форме, но позволяет находить решения численно методом Галеркина путем разложения неизвестных функций в полиномы Чебышева и численного определения необходимых коэффициентов разложения. При использовании полиномов Чебышева второго рода,  $\hat{U}_i$ , искомые функции примут вид:

$$\begin{aligned} \bar{h}_1(r) &\cong \hat{W}(r) \sum_{i=0}^N \hat{f}_i \hat{U}_i(r) \\ \bar{h}_2(r) &\cong \hat{W}(r) \sum_{i=0}^N \hat{g}_i \hat{U}_i(r) \end{aligned} \quad (2.84)$$

$$\hat{W}(r) = \sqrt{1-r^2}, \quad \hat{U}_i = \frac{\sin((i+1)\arccos(r))}{\sin(\arccos(r))}, \quad \hat{f}_i, \hat{g}_i \quad (i=0, 1, 2, \dots, N) \quad -$$

коэффициенты, требующие определения ( $N$  выбирается достаточно большим, чтоб обеспечить сходимость расчета).

После разложения функций на полиномы сингулярный интеграл может быть вычислен аналитически [166]:

$$\int_{-1}^1 \frac{\hat{W}(r)\hat{U}_i(r)}{(x-r)^2} dr = -\pi(i+1)\hat{U}_i(x), \quad (-1 < x < 1). \quad (2.85)$$

Недостающие коэффициенты  $\hat{f}_i, \hat{g}_i$  определяются из решения системы уравнений [166]:

$$\begin{cases} \hat{A}_{ij}\hat{f}_i + \hat{B}_{ij}\hat{g}_j = \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_m^0}{E_S} \delta_{0j} \\ \hat{C}_{ij}\hat{f}_i + \hat{F}_{ij}\hat{g}_j = \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_b^0}{E_S} \delta_{0j} \end{cases} \quad (i, j = 0, 1, 2, \dots, N), \quad (2.86)$$

$$\hat{A}_{ij} = \frac{1}{4} \pi(i+1) \delta_{ij} + (k_{tt}a) \Lambda_{ij},$$

$$\hat{B}_{ij} = (k_{tb}a) \Lambda_{ij},$$

$$\hat{C}_{ij} = (k_{bt}a) \Lambda_{ij},$$

$$\hat{F}_{ij} = \frac{3}{4} \pi(i+1) \delta_{ij} + (k_{bb}a) \Lambda_{ij} - \frac{15}{2\pi(1+\nu_S)} \left(\frac{a}{t_S}\right)^2 \tilde{L}_{ij},$$

$$\Lambda_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{для нечетных } i+j \\ \frac{4(i+1)(j+1)}{(i+j+3)(i+j+1)(i-j+1)(j-i+1)}, & \text{для четных } i+j \end{cases},$$

$$\tilde{L}_{ij} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \hat{L} \left( \sqrt{10} |r-\eta| \frac{a}{t_S} \right) \hat{W}(\eta) \hat{W}(r) \hat{U}_i(\eta) \hat{U}_j(r) d\eta dr,$$

$\delta_{ij}$  – символ Кронекера.

После вычисления требуемых коэффициентов  $\hat{f}_i, \hat{g}_i$  искомые мембранные и изгибные компоненты КИН определяются из соотношений (2.81) и (2.82), учитывая, что  $\hat{U}_i(1) = 1+i$ , а функции  $\bar{h}_1(1)$  и  $\bar{h}_2(1)$  приводятся к виду:

$$\begin{aligned}\bar{h}_1(1) &= \sum_{i=0}^N (1+i) \hat{f}_i, \\ \bar{h}_2(1) &= \sum_{i=0}^N (1+i) \hat{g}_i.\end{aligned}\tag{2.87}$$

После проведения расчетов в соответствии с алгоритмом, рассмотренным в разделе 4 настоящей работы, можно получить зависимость для КИН обшивки, в которой будет учтено наличие изгибающего момента из-за смещения нейтральной оси сечения при установке клеевой заплаты с одной стороны обшивки.

### **2.3 Определение температурных напряжений в клеевом ремонтном соединении**

Выражения, использованные в разделе 2.1, содержали компоненты деформаций, вызванных изменением температуры эксплуатации обшивки с установленной клеевой ремонтной заплатой. Но при проведении ремонтов с использованием клеевых составов, например, на эпоксидной основе, требуется локальное приложение температуры для осуществления полимеризации в соответствии с технологией, рекомендуемой разработчиком клеевой композиции. Остаточные температурные напряжения могут послужить дополнительным источником новых дефектов, поэтому их учет должен проводиться наряду с расчетом общего напряженно-деформированного состояния.

Для определения локальных температурных напряжений рассмотрим изотропную обшивку с установленной клеевой заплатой радиусом  $R_I$ , рисунок 2.7 [167]:

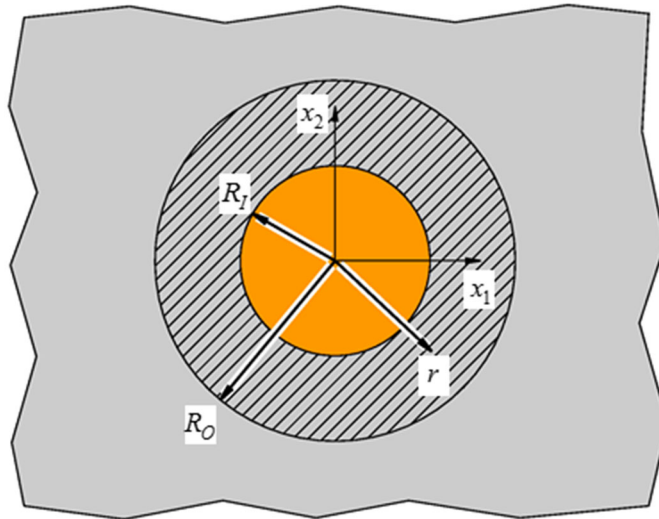


Рисунок 2.7 Схема расчета локальных температурных напряжений.

Технологически, этап отверждения клеевого состава состоит из нагрева соединения до температуры полимеризации клеевой композиции, выдержки при этой температуре заданного времени, и охлаждения соединения до исходной температуры. На этапе нагрева (индекс  $(H)$ ) зона установки заплаты  $r < R_I$  нагревается до температуры  $T_I$ , внешняя же часть обшивки вдали от зоны ремонта имеет температуру окружающей среды  $T_O$ . Поле температур удовлетворяет уравнению Лапласа:

$$\nabla^2 T = 0,$$

что дает для рассматриваемой схемы ремонта следующие данные по температуре:

$$T^{(H)}(r) = \begin{cases} T_I, & r \leq R_I \\ T_O + (T_I - T_O) \frac{\ln(r/R_O)}{\ln(R_I/R_O)}, & R_I < r \leq R_O \\ T_O, & r > R_O \end{cases} \quad (2.88)$$

Температурные напряжения в обшивке выразятся зависимостью:

$$\sigma_{ij}^{S(H)} = -\frac{1}{2} \alpha_S E_S (T_I - T_O) \delta_{ij}, \quad (2.89)$$

в которой учитывается тот факт, что на этапе нагрева клеевой состав еще пластичен и не препятствует расширению обшивки при нагреве в зоне установки заплат.

После выдерживания заданного времени полимеризации клеевой композиции место ремонта охлаждается до исходной температуры, создавая поле температур  $T^{(C)}(r) = -T^{(H)}(r)$ , и вызывая температурные напряжения в обшивке  $\sigma_{ij}^{S(C)}$ . Итоговые напряжения в обшивке на исходе процесса отверждения клея будут равны:

$$\sigma_{ij}^S = \sigma_{ij}^{S(H)} + \sigma_{ij}^{S(C)}. \quad (2.90)$$

На этапе охлаждения зоны ремонта клеевой состав уже полностью воспринимает нагрузки, передающиеся от обшивки к заплате и наоборот: считаем заплату жестко установленной на обшивку. Для оценки эффекта локализации напряжений заменим влияние окружающей обшивки в зоне  $r > R_0$  действием условных распределенных упругих элементов:

$$\sigma_{rr}(r = R_0) = -k_S E_S u_r(r = R_0), \quad (2.91)$$

Выбором величины упругости условных элементов можно задавать различные комбинации граничных условий по периметру  $R_0$ . В случае значительных размеров прилегающей обшивки можно считать:

$$k_S = \frac{1}{R_0(1 + \nu_S)}.$$

Вследствие ограниченности размеров обшивки, в общем случае поле деформаций и кривизны для вставки «обшивка-заплата» не будет равномерным. Но в рассматриваемом случае проектировочного расчета, в соответствии с работой [167] можно считать, что эффект ограниченных размеров будет сводиться к плоским деформациям, и изгибающий момент от температурных нагрузок на границе  $R_0$  будет равен нулю. С учетом указанных допущений температурные напряжения вдоль срединной плоскости обшивки и заплаты на этапе охлаждения будут выражаться:

$$\begin{aligned}
\begin{Bmatrix} \sigma_{11}^{S(C)}(x_3) \\ \sigma_{22}^{S(C)}(x_3) \end{Bmatrix} &= [C^S] \begin{Bmatrix} \bar{\varepsilon}_{11}^I - \kappa_{11}^I(x_3 - h_{01}) + \alpha_S T_I \\ \bar{\varepsilon}_{22}^I - \kappa_{22}^I(x_3 - h_{02}) + \alpha_S T_I \end{Bmatrix}, \\
\begin{Bmatrix} \sigma_{11}^{P(C)}(x_3) \\ \sigma_{22}^{P(C)}(x_3) \end{Bmatrix} &= [C^P] \begin{Bmatrix} \bar{\varepsilon}_{11}^I - \kappa_{11}^I(x_3 - h_{01}) + \alpha_P T_I \\ \bar{\varepsilon}_{22}^I - \kappa_{22}^I(x_3 - h_{02}) + \alpha_P T_I \end{Bmatrix}, \\
h_{01} &= \frac{S_x(t_S + t_P)}{2(1 + S_x)}, \quad S_x = \frac{E_{11}^P t_P(1 - \nu_S^2)}{E_S t_S(1 - \nu_{12}^P \nu_{21}^P)}, \\
h_{02} &= \frac{S_y(t_S + t_P)}{2(1 + S_y)}, \quad S_y = \frac{E_{22}^P t_P(1 - \nu_S^2)}{E_S t_S(1 - \nu_{12}^P \nu_{21}^P)};
\end{aligned} \tag{2.92}$$

где  $\bar{\varepsilon}_{ij}^I$  соответствует средним деформациям вставки «обшивки-заплата» относительно нейтральной оси составного сечения, величины  $h_{01}$  и  $h_{02}$  определяют координаты  $x_3$  нейтральных осей сечения в плоскостях  $x_1 - x_3$  и  $x_2 - x_3$ , соответственно. Компоненты деформации и кривизны выражаются как:

$$\begin{aligned}
\begin{Bmatrix} \bar{\varepsilon}_{11}^I \\ \bar{\varepsilon}_{22}^I \end{Bmatrix} &= [L_3]^{-1} \{R_2\}(-T_I) - [L_3]^{-1}[L_4] \begin{Bmatrix} \kappa_{11}^I \\ \kappa_{22}^I \end{Bmatrix}, \\
\begin{Bmatrix} \kappa_{11}^I \\ \kappa_{22}^I \end{Bmatrix} &= ([L_2] - [L_1][L_3]^{-1}[L_4])^{-1} (\{R_1\} - [L_1][L_3]^{-1}\{R_2\})(-T_I);
\end{aligned} \tag{2.93}$$

здесь,  $[L_i]$  – линейные операторы, задающие взаимосвязи между локальными параметрами жесткости обшивки и заплата,  $\{R_i\}$  – линейные операторы, связывающие локальные параметры жесткости и коэффициенты линейного расширения материалов обшивки и заплата. Вывод соотношений (2.93) и вид операторов  $[L_i]$  и  $\{R_i\}$  приводятся в работе [167].

После вычисления величин температурных напряжений на этапе охлаждения, по зависимости (2.90) с учетом направления действия напряжений можно найти суммарные величины напряжений, возникающих в обшивке по окончании процесса установки клеевой ремонтной заплата. Установленные в ходе расчета значения температурных напряжений от процесса склеивания должны быть учтены совместно с найденными ранее напряжениями от приложенной к разрабатываемому ремонтному соединению целевой термомеханической нагрузки.

## 2.4 Выводы по разделу 2

В разделе приведено содержание аналитической модели клеевого ремонта. Для расчета напряженно-деформированных состояний эллиптических включений применен хорошо разработанный метод инклюзии. Расчет передачи нагрузки в клеевом слое проводится по методу Харт-Смита, широко применяемом при проектировании клеевых соединений.

Для определения вклада приклеенной заплаты в изменение картины распределения напряжений обшивки рассчитываются значения характеристик упругости составной пластины, определяются напряжения в составной пластине и вычисляется доля напряжений, приходящихся на обшивку, – эти напряжения будут влиять на развитие существующего в обшивке дефекта. При этом продольный модуль упругости ремонтной заплаты автором рассматривается как переменная величина, зависящая от числа циклов приложенной усталостной нагрузки.

### **3 Экспериментальное исследование усталостной деградации модуля упругости углепластика**

#### **3.1 Постановка задачи экспериментального исследования**

Современные полимерные композиционные материалы в настоящее время широко применяются для создания элементов конструкции авиационной техники, причем применение ПКМ не ограничивается производством рулевых поверхностей, обтекателей и вспомогательных конструкций, – из углепластиков создают основные силовые конструкции крыла, оперения и фюзеляжа. Армированные пластики применяются не только в качестве материалов для производства летательных аппаратов (ЛА), но и используются в процессе эксплуатации воздушных судов различного назначения при проведении ремонтных операций на элементах конструкции планера ЛА [28, 53, 54, 77]. При работе совместно с отремонтированным элементом, ремонтная заплатка подвергается тем же нагружающим факторам и, следовательно, будет демонстрировать картину усталостной деградации свойств, снижая при этом качество осуществленного ремонта [128].

Для материнской конструкции планера ЛА и материалов ремонтных заплат в целях обеспечения экономически целесообразного срока активной эксплуатации воздушного судна в 20-30 лет необходимо обладать устойчивыми моделями разрушения ПКМ и надежными методиками оценки их усталостной долговечности. Сложность реализации таких моделей и методик объясняется гетерогенной природой изделия из ПКМ с большим числом вариантов структуры при широком диапазоне механических свойств таких конструкций. Попытки обобщить полученные результаты экспериментов и создать единую теорию усталостной деградации и разрушения композитных конструкций привели к появлению

множества расчетных моделей [4, 5, 29, 32, 46, 50, 158]. Для определения параметров деградации свойств и разрушения ПКМ интенсивно развиваются технологичные методы исследования и контроля [14, 24, 35, 49], но все же исследователи приходят к выводу, что для получения достоверной информации о поведении конструкции при усталостном (циклическом) нагружении (с учетом большого разброса регистрируемых параметров) необходимо провести серию экспериментов с образцами требуемой структуры из интересующего материала, произведенного по выбранной технологии [50].

На характер деградации свойств ПКМ оказывают существенное влияние изменение внешних температурных, влажностных и прочих климатических условий, что значительно усложняет процесс моделирования реальных условий эксплуатации композитной конструкции в лабораторных условиях. Отмечается, что даже при невысоких температурах на начальном этапе климатической экспозиции при отсутствии механической нагрузки свойства композитов могут меняться из-за релаксации исходной структурной неравновесности материала, полученной при производстве образца [7, 18-20].

Для использования результатов испытаний ПКМ в проектировочном расчете клеевого ремонтного соединения необходимо получить экспериментальные зависимости модуля продольной и поперечной упругости от числа циклов нагружения. На основании анализа опубликованных результатов аналогичных испытаний предполагается, что упругие свойства материала будут существенно зависеть от усталостной нагрузки и температуры испытаний, поэтому к исследуемому ПКМ прикладывается циклическая растягивающая нагрузка, амплитуда которой задается по итогам статического испытания на разрыв, и все испытания проводятся при нескольких значениях температур (будут использованы три характерные температурные точки:  $-60^{\circ}\text{C}$ ,  $+23^{\circ}\text{C}$  и  $+80^{\circ}\text{C}$ ).

### **3.2 Модели деградации механических свойств композиционных материалов**

Широкое применение композиционных материалов вынуждает исследователей и инженеров принимать во внимание усталостные характеристики ПКМ при разработке конструкций, для которых традиционно усталостные явления не являлись расчетными случаями. Несмотря на то, что изначально композиты применялись для прямой замены металлов в конструкциях ЛА, их усталостное поведение носит совершенно другой характер, и, соответственно, методы, стандарты и процедуры, разработанные для оценки усталостной прочности и долговечности металлов, не всегда могут быть напрямую применены к композитам: широкая вариативность свойств, вызванная возможностью применения различных волокон и тканей, смол, технологий производства, последовательности и направлений укладки слоев, в принципе не позволяет разработать универсальный и всеобъемлющий подход к оценке усталостной прочности и долговечности конструкций из полимерных композитов [79].

Механические свойства композитов зависят от множества параметров. Неустраняемые микродефекты структуры материала, такие как складки, несонаправленность волокон, пустоты, которые появляются в процессе производства композитной конструкции, могут служить источниками развития дефектов и приводить к макроскопическим эффектам разрушения конструкции или ее части.

Поврежденность материала композитной конструкции может оцениваться измерением степени снижения уровня выбранного механического свойства материала, в качестве которых чаще всего выбирают остаточную прочность и остаточную жесткость [156]. Оценка характеристик усталости по остаточной прочности имеет существенные недостатки при практической реализации:

- остаточная долговечность образца не может быть измерена методами неразрушающего контроля, т.к. оценка долговечности по определению производится на основании фактов разрушения образца;
- по степени снижения остаточной прочности сложно судить о текущем объеме накопленных образцом внутренних дефектов – при приближении к пределу усталостной прочности накопленные микродефекты сливаются в макротрещины и приводят к внезапному «взрывному» разрушению образца;
- для накопления репрезентативного объема данных необходимо проводить значительный объем испытаний по каждому варианту конструкции образца для испытаний.

Испытания на усталость, в которых исследуемым параметром является остаточная жесткость, снижают влияние перечисленных недостатков на достоверность получаемых оценок прочности и долговечности на основе экспериментальных данных.

Необходимые данные по прочности, жесткости и усталости определяются в ходе натурных испытаний образцов или элементов конструкций и после статистической обработки результатов оцениваются исходя из выбранной модели усталостной прочности и развития дефектов. Перед исследователями стоит задача интерпретации полученных данных, интерполяции зависимостей между точками измерений и экстраполяции зависимостей за пределы диапазона испытаний. Для этих целей могут применяться детерминированные или стохастические модели. Исторически первой моделью для оценки количества циклов нагрузки до разрушения конструкции стала модель А. Велера, в которой устанавливалось соответствие экспериментальных данных в парах «напряжение–число циклов нагрузки». Подобного рода кривые  $S-N$  или  $\varepsilon-N$  вида  $\sigma = \sigma_0 N^{-1/k}$  в логарифмических координатах широко применяются в создании современных конструкций, в том числе и для композитных – при постоянной амплитуде прилагаемой нагрузки. Данные нескольких кривых  $S-N$  при различных уровнях

нагрузки и показателя асимметрии цикла  $R$  (отношение минимального усилия в цикле нагрузки к максимальному усилию) могут быть сведены вместе для получения постоянного графика усталости (рисунок 3.1), при помощи которого может быть оценено влияние среднего приложенного напряжения на долговечность образца материала.

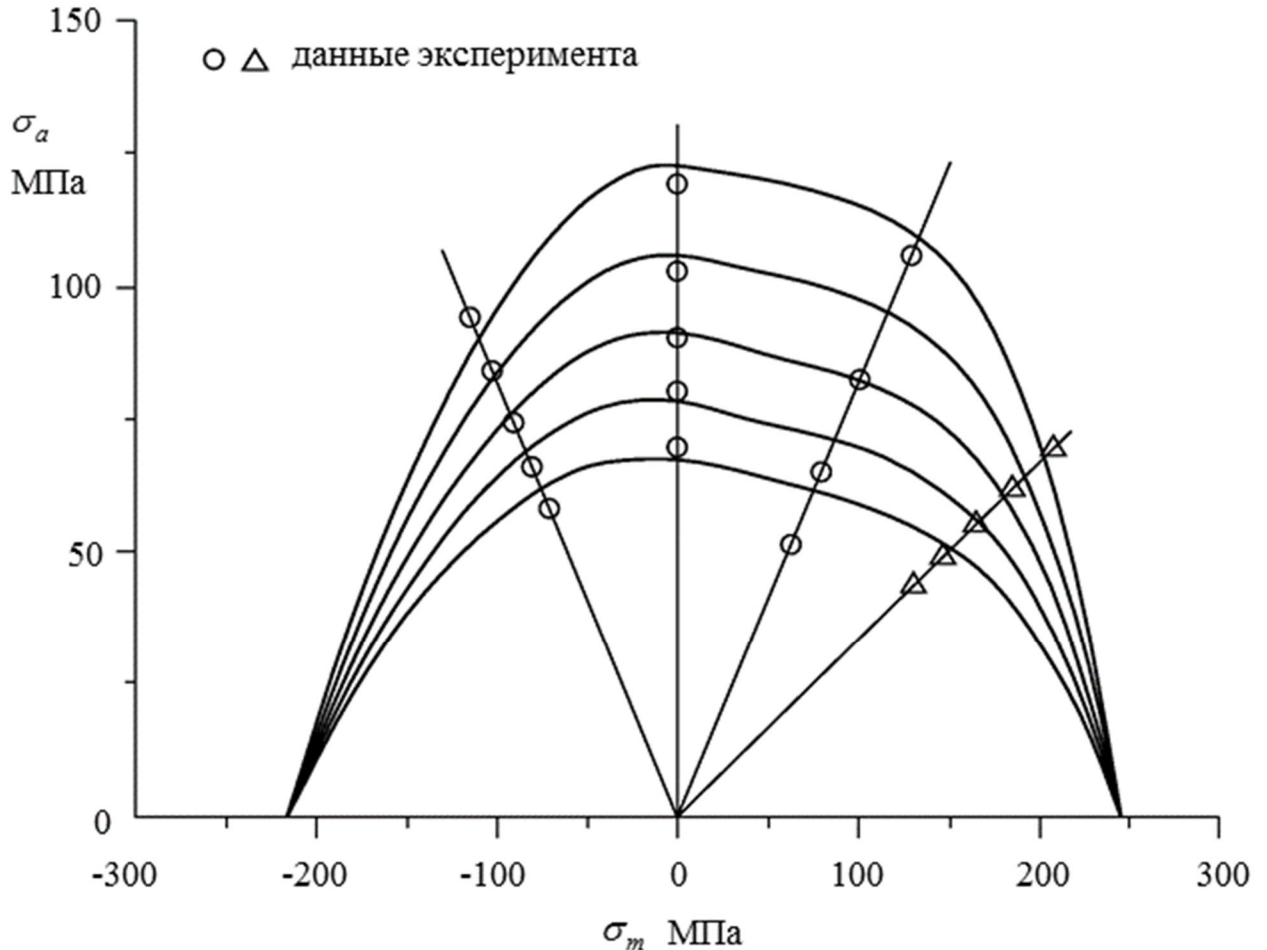


Рисунок 3.1 Пример постоянного графика усталости для ПКМ

Постоянный график усталости позволяет проводить оценку долговечности материала при значениях  $R$ , отличных от полученных непосредственно из эксперимента [162].

Разработано множество аналитических и численно-аналитических моделей для прогнозирования усталостной прочности и долговечности полимерных композиционных материалов. К примеру, теория усталости Сендецки [156] базируется на большом объеме результатов натуральных испытаний, учитывает множество параметров и переменных, коррелирует с данными исследований множества материалов, и может применяться для анализа усталостных

характеристик слоистых пластиков при разнообразных условиях нагружения. Однако зачастую нет практической возможности удовлетворить всем требованиям модели Сендечки и получить все необходимые исходные данные для модели. Поэтому при разработке конструкций и технологических (ремонтных) процедур используют более простые методы и подходы, позволяющие установить связь между малым числом интересующих параметров и сделать корректный вывод об усталостных свойствах материала [165]. Выделяют следующие подходы к разработке конструкций [6, 15, 48, 37, 38]:

- создание конструкций по условиям допустимого повреждения – наличие повреждений допускается, пока их параметры не превышают установленного критического значения, параметр повреждения связан с долговечностью конструкции установленной зависимостью;
- создание конструкций по условиям безопасного ресурса – работа конструкции разрешается до тех пор, пока она не выработает назначенный ресурс, в пределах установленной наработки в ней не наблюдается усталостных трещин; срок эксплуатации напрямую определяется из имеющихся кривых  $S-N$  или  $\varepsilon-N$  в зависимости от уровня приложенных напряжений/деформаций и на основании заданных коэффициентов запаса;
- создание конструкций по условиям безопасного разрушения – катастрофическое разрушение конструкции не происходит при наличии в ее элементах повреждений заданного размера.

В настоящее время применяются теоретические модели, разработанные с использованием подхода безопасного разрушения и базирующиеся на построении достоверных кривых  $S-N$  и постоянных графиков усталости, учитывающие возможность существования и развития дефектов и позволяющие оценивать допустимое количество циклов нагрузки (постоянной или переменной амплитуды) до разрушения конструкции [84, 88, 90, 99, 107, 134].

### 3.2.1 Модели деградации прочности материала

Деградация прочности материала при повторяющихся нагрузках оценивают по диаграмме  $S-N$  (величина напряжения к числу циклов приложенной нагрузки). Преимущества такой оценки заключаются в относительно простой реализации процесса испытаний материала. Обычно, напряжения в материале исследуются на базе числа циклов в диапазоне  $10^3 - 10^7$ . Для уточнения построенной модели могут проводиться дополнительные испытания на малоцикловую и многоцикловую усталость вне указанного выше диапазона. В некоторых случаях, в качестве исходных данных для модели деградации могут использоваться параметры, измеренные при статических (квазистатических) испытаниях.

Самыми популярными и часто встречающимися в литературе являются модели зависимости  $S-N$  в полулогарифмических и логарифмических координатах. Такие модели усталости не учитывают тип цикла нагружения и частоту приложения нагрузки, – т.е. каждому новому параметру должна соответствовать новая серия испытаний при новых условиях нагружения. Эти модели не отражают в себе особенности механизма накопления дефектов в материале и, соответственно, более-менее достоверно будут описывать зависимость одного конкретного материала при заданном конкретном режиме испытаний, а для других вариантов нагружения могут давать существенные погрешности. Кривая  $S-N$  строится на основании линейного регрессионного анализа по данным серии экспериментов и определяет среднее время до разрушения как функцию приложенной нагрузки. В качестве параметра нагрузки может выступать максимальное циклическое напряжение  $\sigma_{\max}$ , амплитудное циклическое напряжение  $\sigma_a$  или диапазон приложенных напряжений  $\Delta\sigma$ . Математическую взаимосвязь можно выразить формулой:

$$\log(N) = A + B\sigma, \text{ или} \tag{3.1}$$

$$\sigma = \sigma_0 N^{\frac{1}{k}},$$

где  $\sigma$  – напряжение в материале,  $N$  – число циклов нагрузки до разрушения,  $A$ ,  $B$ ,  $\sigma_0$  и  $k$  – параметры данного материала/конструкции, определяемые исходя из анализа данных эксперимента.

Некоторыми авторами предлагаются дополнения к простым моделям деградации, учитывающие характер прикладываемой нагрузки (частоту приложения и коэффициент асимметрии цикла) [66, 109]. Такие модели могут с успехом применяться для выбранного класса материалов, но их действие ограничивается необходимостью выбора и предположения значений отдельных параметров.

Существуют методы построения кривых  $S-N$  на основе представления о стохастической природе процесса накопления дефектов и развития явления усталости в материале. Такие модели строятся на основе набора статистических данных и позволяют получать более сложные взаимосвязи исследуемых параметров. Математически такие зависимости могут выражаться с использованием функции распределения Вейбулла имеющих статистических данных для времени до разрушения:

$$\sigma_a = \sigma_0 \cdot \left( (-\ln P_S(N))^{\frac{1}{\alpha_f k}} \right) \cdot N^{\frac{1}{k}}, \quad (3.2)$$

здесь  $P_S(N) = e^{-\left(\frac{N}{\bar{N}}\right)^{\alpha_f}}$  – двухпараметрическая функция распределения Вейбулла ( $\bar{N}$  и  $\alpha_f$  – параметры масштаба и формы, соответственно) [165]. Может применяться зависимость (3.2) в измененном виде:

$$\sigma_{\max} = \beta \cdot \left( (-\ln P_S(N))^{\frac{1}{\alpha_f k}} \right) \cdot ((N - A) \cdot C)^{-G}, \quad (3.3)$$

где параметры  $A = -\frac{1-C}{C}$ ;  $C$  и  $G$  определяются итерационно на основе имеющихся экспериментальных данных по усталостному испытанию образцов/конструкции, в качестве начальных значений можно принять  $C$  как

константу, задающую форму кривой  $S-N$  при малых числах циклов,  $G$  – как наклон кривой  $S-N$  [165, с. 75-77].

Кроме перечисленных аналитических, эмпирических и стохастических подходов к анализу усталостной прочности, в настоящее время применяются различные численные и программные методики, позволяющие включить в рассмотрение дополнительные факторы, влияющие на работу материала при циклических нагрузках. К таким методикам можно отнести использования нейронных сетей и генетических алгоритмов расчета параметров [68, 120, 123, 163, 164].

С учетом присущих каждой модели ограничений любая из них может использоваться в процессе разработки конструкций и соединений для анализа усталостной прочности материалов. Эмпирические закономерности вида (3.1) удобны в применении на начальных, предварительных, этапах, более сложные генетические алгоритмы разумно применять для уточнения характера поведения материала на выбранном участке жизненного цикла конструкции. Зависимости вида (3.2) и (3.3) могут быть использованы при наличии некоторой базы статистических данных, и удобны своим учетом вероятности развития дефектов или наступления разрушения.

### **3.2.2 Модели деградации жесткости материала**

Для описания деградации жесткости материала в основном используют феноменологические модели, позволяющие построить зависимость для описания постепенного снижения значения модуля (модулей) упругости материала образца путем измерения макроскопических свойств (деформаций). Деградация жесткости отражает процесс накопления микродефектов в материале в процессе усталостного нагружения.

Математически деградация жесткости выражается через функцию от исходной жесткости и числа циклов приложенной нагрузки, причем вид этой функции (линейная, степенная, логарифмическая) может варьироваться в

зависимости от картины распределения точек данных, полученных из эксперимента. Изменения деформации образца (а значит, и его жесткости) могут измеряться непосредственно при испытаниях образца методами неразрушающего контроля, величина деформаций для образца из композиционного материала является более чувствительной к числу циклов нагрузки величиной по сравнению с величиной напряжений; это свойство позволяет более точно определить момент падения значений механических характеристик ниже установленного критического уровня.

Изменение жесткости широкого спектра композиционных материалов можно графически описать кривой (рисунок 3.2).

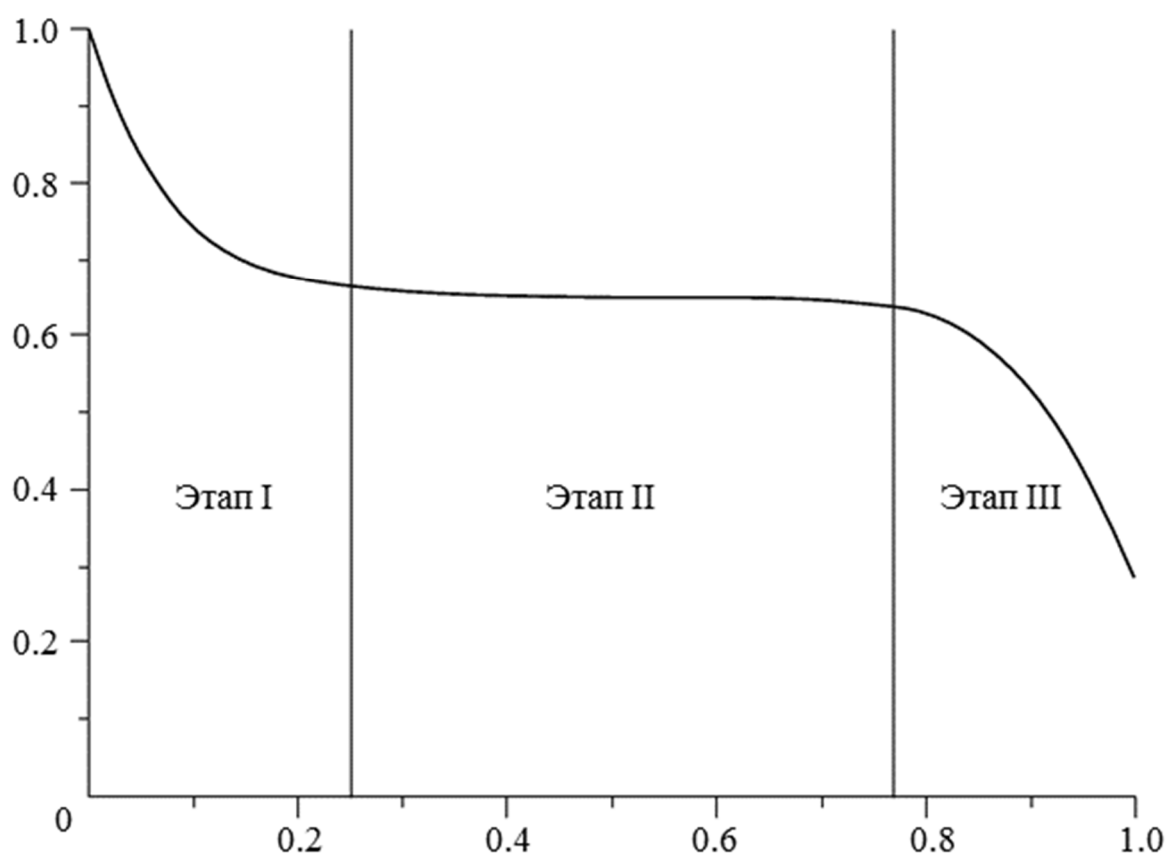


Рисунок 3.2 Типовая кривая деградации жесткости композиционного материала.

На первом этапе нагружения происходит первоначальное растрескивание полимерной матрицы композита и вытягивание (ленты) или спрямление (ткани)

волокон заполнителя композита, что приводит к интенсивному нарастанию деформаций образца. На втором, самом протяженном этапе, деформации нарастают сравнительно медленно за счет высоких характеристик усталости непосредственно волокон. Третий этап характеризуется исчерпанием несущей способности волокон и отражается в появлении и развитии локальных макроскопических дефектов материала образца и в итоге приводит к его разрушению.

Оценка степени деградации модуля упругости материала производится относительно модуля упругости на первом цикле нагружения, в некоторых случаях в расчет принимается величина предела прочности материала, уровень приложенных напряжений, некоторые эмпирические коэффициенты, позволяющие удовлетворить имеющимся экспериментальным данным [89, 114, 165].

Методы оценки деградации жесткости материала могут быть использованы для оценки усталостной прочности. В этом случае, кривая усталости материала состоит не из точек разрушения материала, а из точек с заранее заданным уровнем снижения жесткости [165, с. 128-133]. Подход с построением кривых усталости на основании данных по жесткости (т.н. кривые  $Sc-N$ , stiffness-controlled fatigue) является более удобным при проведении полноразмерных испытаний сложных конструкций, когда нет возможности проводить серию испытаний до разрушения. Точкой окончания испытаний может быть назначен любой подходящий процент остаточной жесткости конструкции (10-20%) [115].

При проектировочном расчете конструкций и разработке процедур зачастую нет возможности получить все исходные данные для их использования в сложных зависимостях между исследуемыми параметрами. Применение простых двухпараметрических зависимостей во многих случаях расчета даст достаточный уровень точности получаемых решений. Так, степень накопления дефектов в материале на линейном этапе II (см. рисунок 3.2) для соответствующего уровня нагружения  $\sigma_a$  можно оценить, измерив изменение модуля упругости материала в процессе циклического нагружения по отношению к модулю упругости на первом цикле испытаний [139]:

$$\frac{E(N)}{E(1)} = 1 - k_1 \left( \frac{\sigma_a}{E_{st}} \right)^{k_2} \frac{N}{N_f}, \quad (3.4)$$

где  $E(1)$  – модуль упругости материала на первом цикле нагружения, в общем случае отличный от статического модуля упругости  $E_{st}$ ,  $N_f$  – заданное значение числа циклов нагрузки, соответствующее наступлению предельного состояния или разрушения материала образца (в данном случае параметру  $N_f$  соответствовало значение прогнозируемого числа циклов нагрузки, при котором достигалось значение модуля упругости материала, равное модулю упругости алюминиевого сплава 7075-Т6, выбранного в качестве материала ремонтируемой обшивки),  $k_1$  и  $k_2$  – константы материала, определяемые по данным конкретного эксперимента. Выражение (3.4) можно использовать для получения кривой усталости  $Sc-N$  для заранее обусловленного уровня снижения жесткости  $E(N)/E(1)$ :

$$\sigma_a = E_{st} \left( \frac{(1 - E(N)/E(1)) \cdot N_f}{k_1 N} \right)^{\frac{1}{k_2}}. \quad (3.5)$$

Приведенные простые эмпирические модели для оценки степени деградации жесткости материала обладают достаточной точностью для целей, преследуемых на этапах разработки. Использование данных по изменению модуля упругости для построения кривых усталости материала  $Sc-N$  обеспечивает ускорение процессов испытания материалов на усталость, а также позволяет проводить ресурсные испытания сложных дорогостоящих конструкций.

### 3.3 Усталостные испытания образцов из углепластика при температурах $-60^{\circ}\text{C}$ , $+23^{\circ}\text{C}$ , $+80^{\circ}\text{C}$

#### 3.3.1 Процедура испытаний и материалы

Большое количество исследований посвящено изучению изменения предела прочности композитных образцов при циклическом нагружении при действии разнообразных внешних факторов, тогда как изменению модуля упругости уделено меньше внимания. Для тканых композитов модуль упругости будет меняться гораздо заметнее, чем для композитов, изготовленных из однонаправленной ленты [89]. При расчете клеевого ремонта принимается, что заплатка играет роль ограничителя развития дефектов в ремонтируемом элементе, при этом считаем, что нагрузка в месте повреждения передается через заплатку, и разрушения заплатки не происходит в процессе нагружения. Модуль упругости материала заплатки будет одним из определяющих параметров при разработке процедур клеевых ремонтов. Для получения картины деградации упругих свойств углепластика, предполагаемого к использованию при производстве клеевых ремонтных заплат, целесообразно исследовать:

- изменение модулей продольной и поперечной упругости углепластикового образца под действием циклической нагрузки при температурах  $-60^{\circ}\text{C}$ ,  $+23^{\circ}\text{C}$ ,  $+80^{\circ}\text{C}$ ; выбранные точки температуры соответствуют типовому температурному диапазону эксплуатации клеевого ремонта, установленного на обшивке летательного аппарата;
- изменение коэффициента Пуассона под действием циклической нагрузки при тех же температурах.

Деградация модулей упругости оценивалась по отношению к модулю упругости на первом цикле нагружения при указанных значениях температуры.

Исследования проводились на оборудовании испытательной базы КНИТУ-КАИ на сервогидравлической установке ITW ViSS с применением климатической камеры (рисунок 3.3).

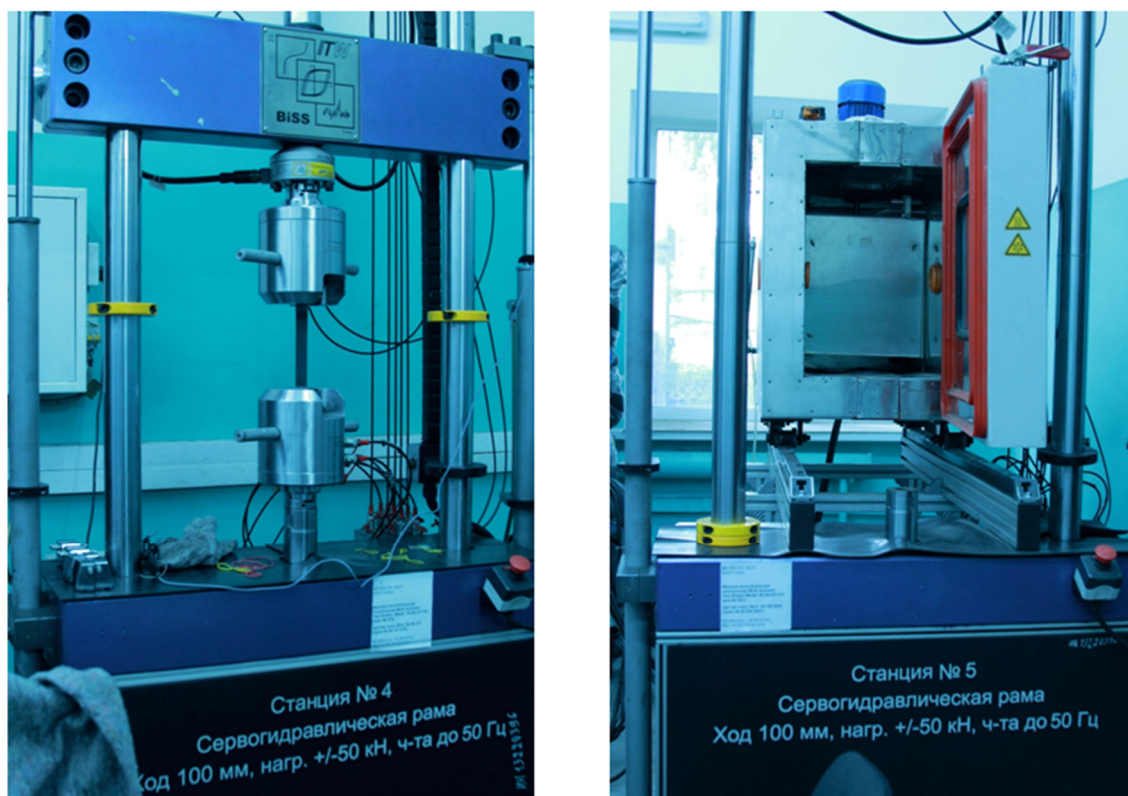


Рисунок 3.3 Сервогидравлическая испытательная машина (слева) и климатическая камера (справа).

Каждый образец для испытания на усталость подвергался циклической растягивающей нагрузке с коэффициентом асимметрии цикла  $R = 0.1$ . Амплитуда растягивающей нагрузки задавалась как 67% от средней разрушающей нагрузки для данных образцов при заданной температуре. Данные по деформации образцов поступали от наклеенных на образцы тензодатчиков, определявших продольную и поперечную деформацию образцов при приложении растягивающей нагрузки. Испытания проводились при трех значениях температуры:  $-60^{\circ}\text{C}$ ,  $+23^{\circ}\text{C}$ ,  $+80^{\circ}\text{C}$ ; при каждом значении температуры испытывалась серия из 10 образцов. Общая процедура испытаний соответствовала стандартам ASTM D3039/D3479, геометрия образцов для испытания на усталость и расположение тензодатчиков приведены на рисунке 3.4.

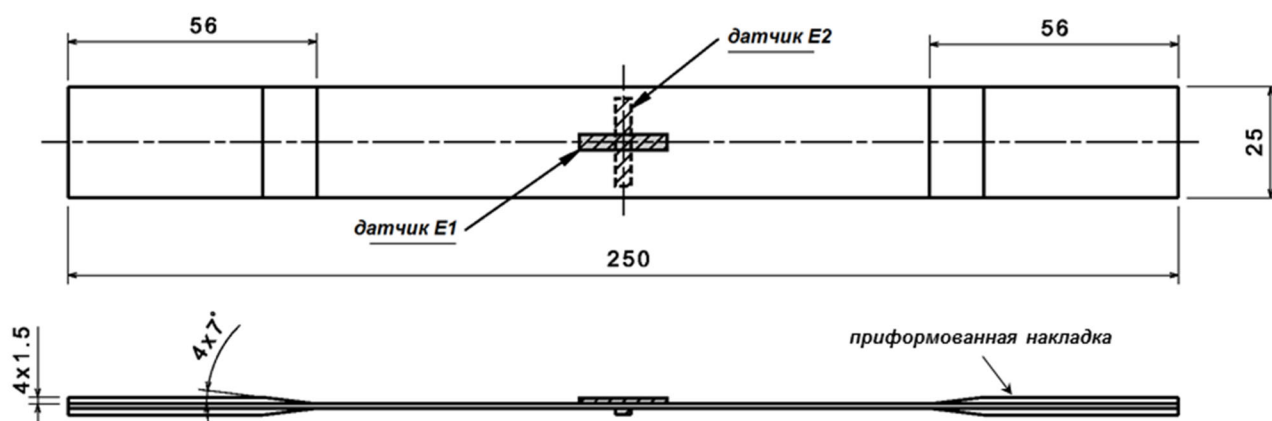


Рисунок 3.4 Эскиз образца для испытаний на усталость (размеры в мм)

Образцы для испытаний были выполнены из углеткани ECC 450 полотняного плетения и эпоксидной смолы CHS Epoxy 520 в качестве связующего. Образцы для усталостных испытаний представляли собой плоские пластины, содержащие 6 слоев углеткани с укладкой  $[0/90]_6$  с приформованными накладками для зажима в испытательной машине. Характеристики материала приведены в таблице 3.1.

Таблица 3.1 Характеристики материала ECC 450

Число нитей в пряди	3000
Удельный вес ткани, кг/м <sup>2</sup>	0.200
Толщина слоя, мм	0.327
Тип волокна	Torayca T300J
Предел прочности волокна, МПа	4210
Модуль упругости волокна, ГПа	230
Удлинение волокна при разрыве	1.8 %
Плотность волокна, кг/м <sup>3</sup>	1780
Коэффициент линейного температурного расширения, 1/°C	$-0.43 \cdot 10^{-6}$

Образцы произведены по технологии RTM (Resin Transfer Molding, пропитка углеткани смолой под давлением) с отверждением в печи в соответствии с режимами отверждения смолы, рекомендованными производителем. Общий вид образцов для усталостных испытаний с наклеенными тензодатчиками показан на рисунке 3.5. Поскольку исследовались характеристики упругости материала, а

усталостное разрушение образцов не изучалось, образцы для испытаний на усталость были выполнены без концентраторов напряжений в рабочей зоне.

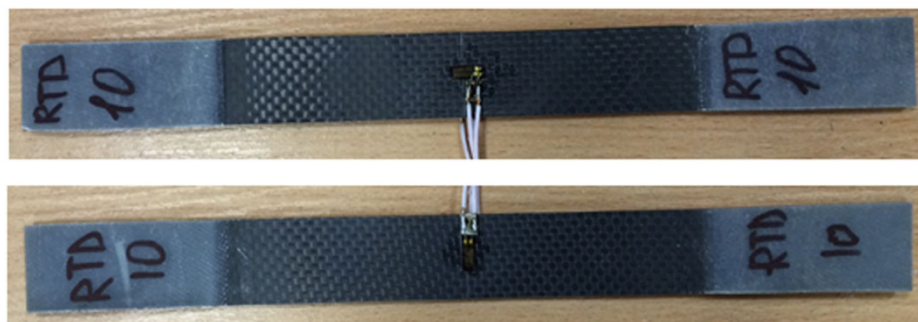


Рисунок 3.5 Общий вид образцов для усталостных испытаний

### 3.3.2 Результаты усталостных испытаний

Испытания углепластиковых образцов были разбиты на два этапа. На первом этапе определялась разрушающая квазистатическая нагрузка  $F_{fracture}$  при трех значениях температуры. 9 образцов растягивалось при постоянной скорости увеличения нагрузки 1 мм/мин до разрушения. Разрушающие напряжения для каждой из температур испытания показаны на рисунке 3.6.

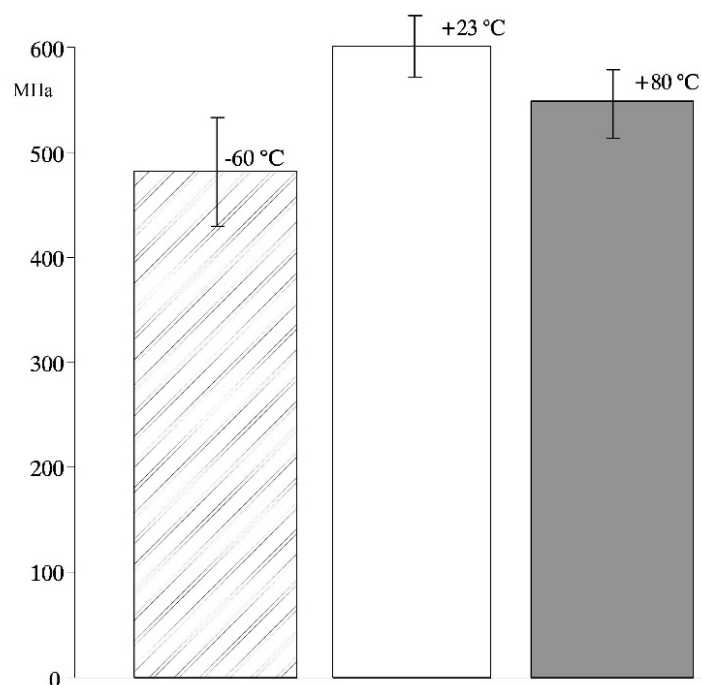


Рисунок 3.6 Разрушающие напряжения при статической нагрузке (Вертикальной чертой показана погрешность проведенных измерений)

Пример общего вида образцов, испытанных до разрушения, показан на рисунке 3.7. Образцы разрушились в регулярной зоне, что свидетельствует о том, что снятые данные по разрушающей нагрузке соответствуют исчерпанию прочности материала образцов, а не вызваны локальными концентраторами напряжений и краевыми эффектами вблизи мест крепления образцов в зажимах испытательной машины.



Рисунок 3.7 Образцы, испытанные до разрушения

Наибольшую прочность ( $604 \pm 30$  МПа) продемонстрировали образцы, испытанные при комнатной температуре, тогда как наибольший разброс значений (около 51 МПа) показали испытания, проведенные при  $-60^\circ\text{C}$ , что может быть объяснено увеличением влияния случайных дефектов в структуре материала на его прочность из-за охрупчивания материала образца при охлаждении.

На втором этапе проводились усталостные испытания образцов под действием циклической растягивающей нагрузки, приложенной с частотой 5 Гц, на базе  $10^5$  циклов. Значение частоты выбиралось из условия минимизации времени испытания одного образца и снижения степени нагрева в ходе испытаний [90]. Количество циклов нагрузки задано как минимально необходимое для оценки усталостной прочности по рейтингу усталости [51]. Амплитуда циклической нагрузки задавалась как  $0.67 F_{fracture}$  при каждой температуре. Это значение соответствует максимальной расчетной нагрузке на заплату при разработке процедуры клеевого ремонта.

### 3.3.2.1 Испытания при комнатной температуре

Испытания при комнатной температуре проводились без использования климатической камеры. При приложенной синусоидальной нагрузке с амплитудой 403 МПа производилась регистрация продольной и поперечной деформации образцов: продольная деформация фиксировалась каждые 10 циклов, поперечная деформация – каждые 100 циклов. Результаты испытаний серии из 10 образцов приведены на рисунке 3.8а. На участке до 500 циклов продольные деформации интенсивно нарастают (рисунок 3.8б), что может быть объяснено растрескиванием матрицы и активным спрямлением переплетенных волокон в ткани. При достижении пика деформации в диапазоне числа циклов до 1000, величины продольных деформаций стабилизируются и до окончания испытаний демонстрируют пологое снижение, являющееся показателем увеличения жесткости материала образцов. Значения поперечных деформаций полого увеличиваются с ростом числа циклов нагружения.

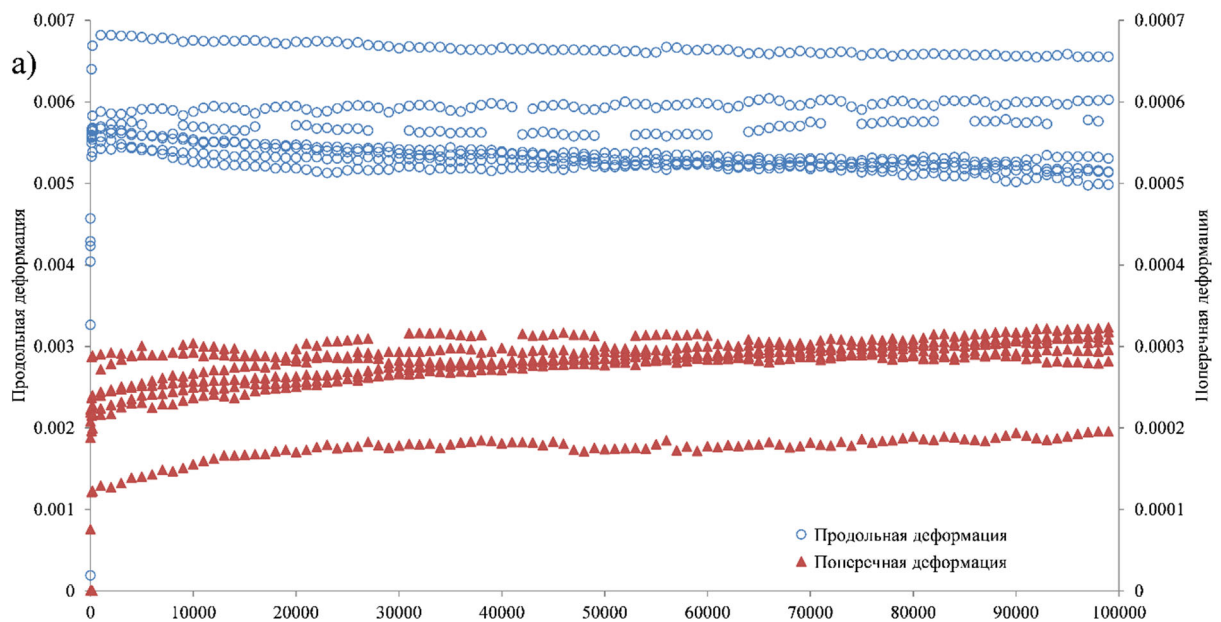


Рисунок 3.8а Результаты испытаний при температуре +23°C

в диапазоне числа циклов 0 – 100000

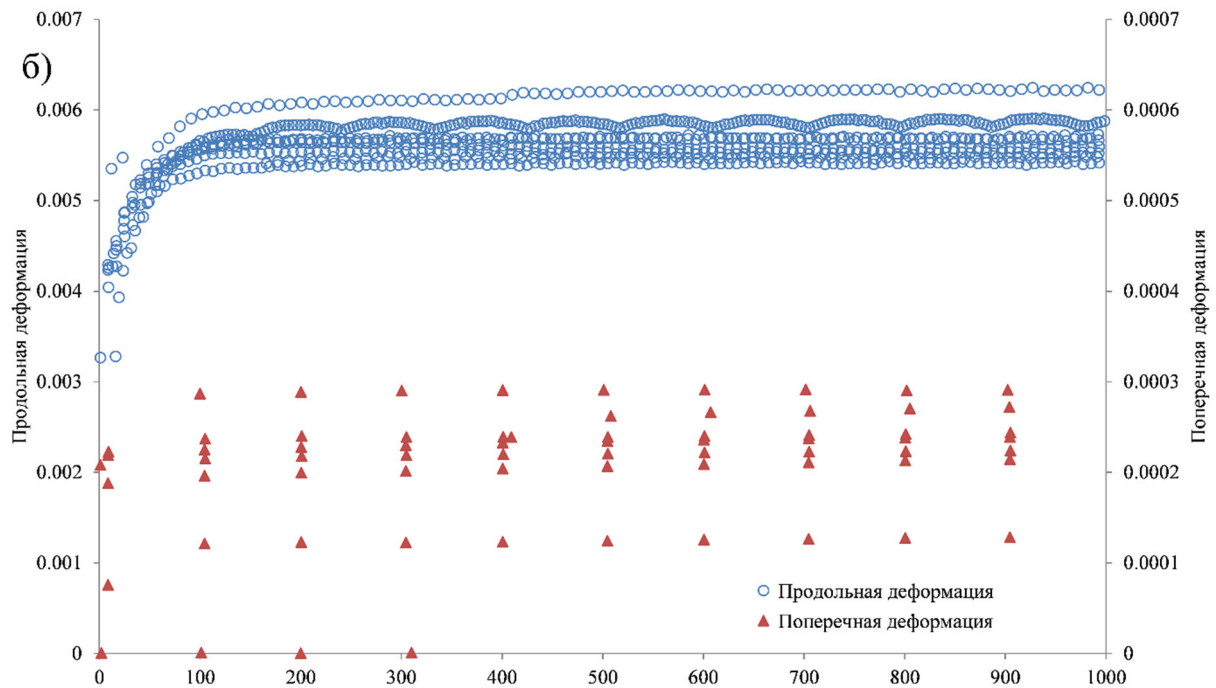


Рисунок 3.8б Результаты испытаний при температуре +23°C  
в диапазоне числа циклов 0 – 1000

### 3.3.2.2 Испытания при повышенной температуре

Для испытаний при температуре +80°C применялась климатическая камера, перед началом испытаний к каждому образцу применялось выдерживание при заданной температуре 20 мин на 1 мм толщины образца. При повышенной температуре образцы показали больший разброс значений продольной и поперечной деформации (рисунок 3.9) при нагрузке в 365 МПа. Увеличение жесткости при росте числа циклов нагрузки продемонстрировал один образец (верхняя серия точек на рисунке 3.9; при испытании данного образца отмечалось отклеивание тензодатчика, что приводило к необходимости остановки испытаний для восстановления контакта; этим объясняются разрывы в серии значений в диапазоне 30-50 и 53-61 тыс. циклов), остальные образцы серии показали снижение жесткости в ходе усталостных испытаний. По сравнению с испытаниями при комнатной температуре, отмечено удвоение максимальных значений деформации. При повышенной температуре на отдельных образцах были зафиксированы трещины и расслоения, зачетными образцами считались образцы без видимых признаков разрушения.

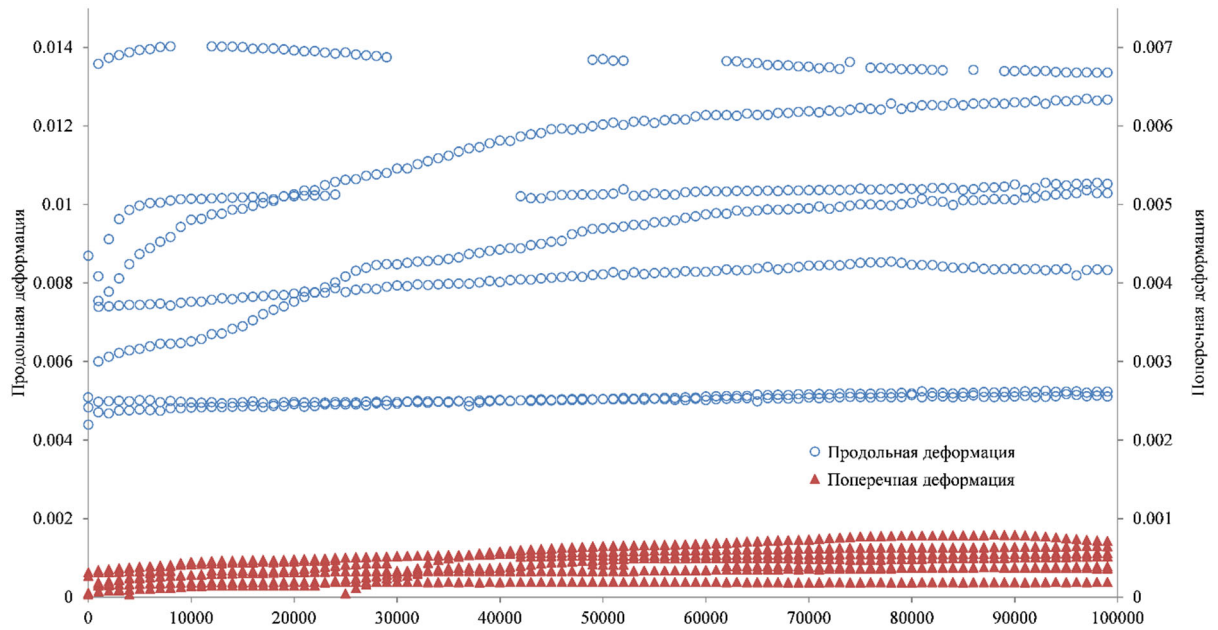


Рисунок 3.9 Результаты испытаний при температуре +80°C в диапазоне числа циклов 0 – 100000

### 3.3.2.3 Испытания при пониженной температуре

Для испытаний при температуре -60°C также применялась климатическая камера, и перед началом испытаний к каждому образцу применялось выдерживание, аналогичное испытаниям при повышенной температуре. При приложенной нагрузке в 321 МПа образцы показали умеренный разброс значений продольной и поперечной деформаций и наименьшие величины деформаций из всех трех серий испытаний (рисунок 3.10). Увеличение жесткости с ростом числа циклов нагружения отмечается всего на одном образце, на остальных образцах наблюдается рост продольных и поперечных деформаций.

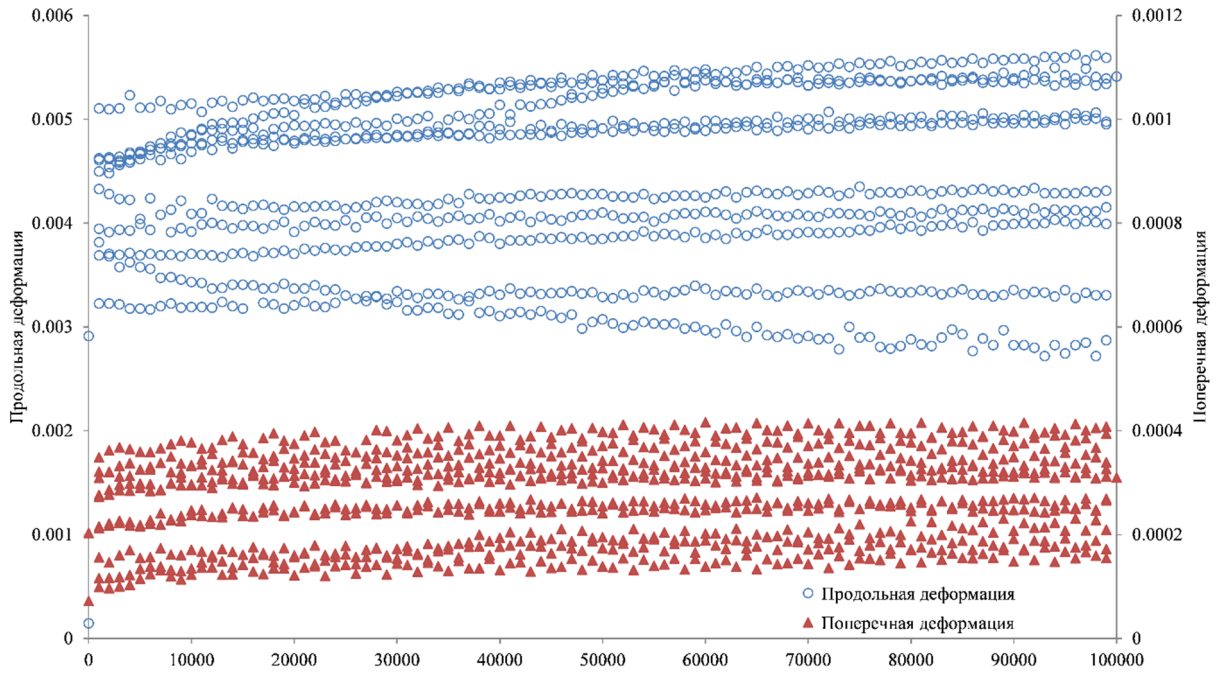


Рисунок 3.10 Результаты испытаний при температуре  $-60^{\circ}\text{C}$  в диапазоне числа циклов 0 – 100000

### 3.3.3 Оценка изменения модуля упругости по результатам усталостных испытаний

После статистической обработки данных по величинам деформаций при трех температурах по итогам регрессионного анализа [31] были получены аналитические зависимости, удовлетворяющие результатам испытаний. Поскольку все три серии испытаний показали быстрое возрастание продольных деформаций на начальном участке нагружения в пределах 500 циклов и более пологое изменение величины деформации в течение остального времени испытаний, с наименьшей дисперсией результаты испытаний аппроксимируются зависимостью вида:

$$E_1(N) = E_1^{500} + (E_1^1 - E_1^{500})k^{-N}, \text{ при } 1 \leq N < 500; \quad (3.6)$$

$$E_1(N) = E_1^{500} + k_1 N + k_2 N^2, \text{ при } N \geq 500.$$

где  $N$  – число циклов нагружения;  $E_1^1$  – средний модуль продольной упругости на первом цикле нагружения,  $E_1^{500}$  – средний модуль продольной

упругости на 500-ом цикле нагружения,  $k, k_i$  – эмпирические параметры зависимости. Величины параметров аппроксимирующей зависимости приведены в таблице 3.2, графики аппроксимирующих зависимостей, построенные по данным таблицы 3.2, приведенные к значению модуля упругости на первом цикле нагружения  $E_1^1$ , показаны на рисунке 3.11 (а, б).

Таблица 3.2 Параметры аппроксимирующей зависимости  $E_1(N)$

	-60°C	+23°C	+80°C
$1 \leq N < 500$			
$E_1^1$ , ГПа	110.223	106.594	53.402
$E_1^{500}$ , ГПа	74.016	70.841	42.508
$k$	1.056	1.033	1.014
$N \geq 500$			
$k_1$	$6.965 \cdot 10^7$	$-4.416 \cdot 10^7$	$-1.458 \cdot 10^4$
$k_2$	$-6.965 \cdot 10^{10}$	$3.382 \cdot 10^{10}$	$7.940 \cdot 10^{10}$

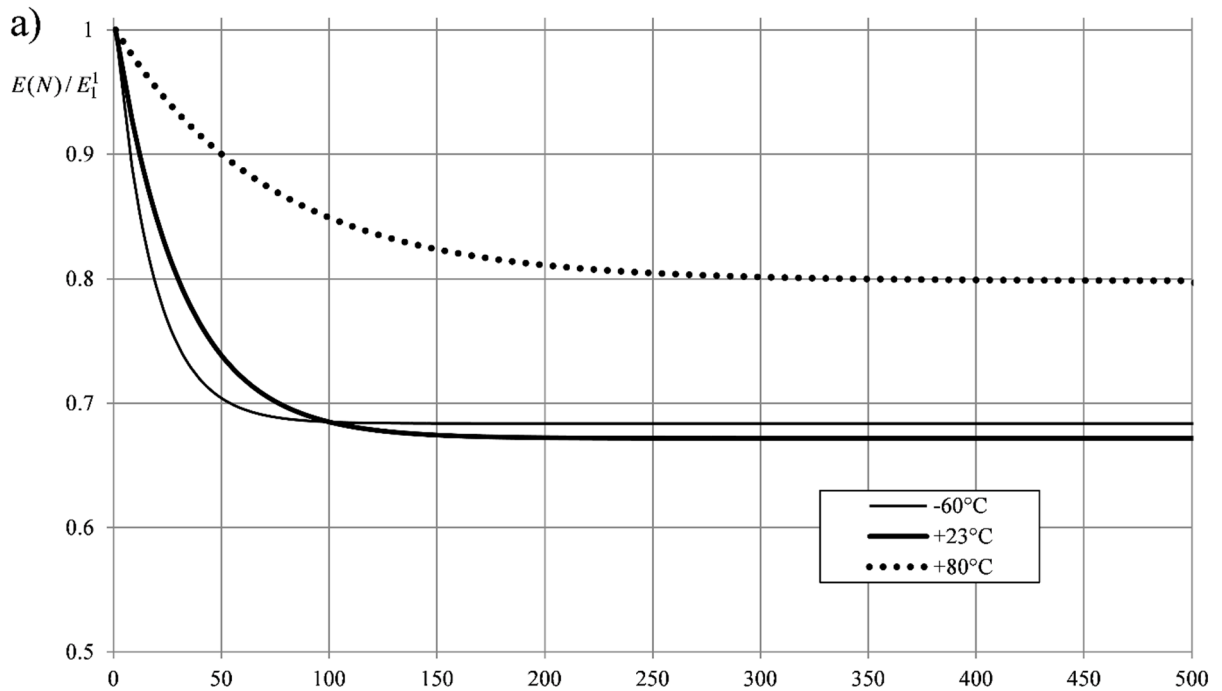


Рисунок 3.11а Зависимость продольного модуля упругости от числа циклов нагрузки – в диапазоне числа циклов 0 – 500

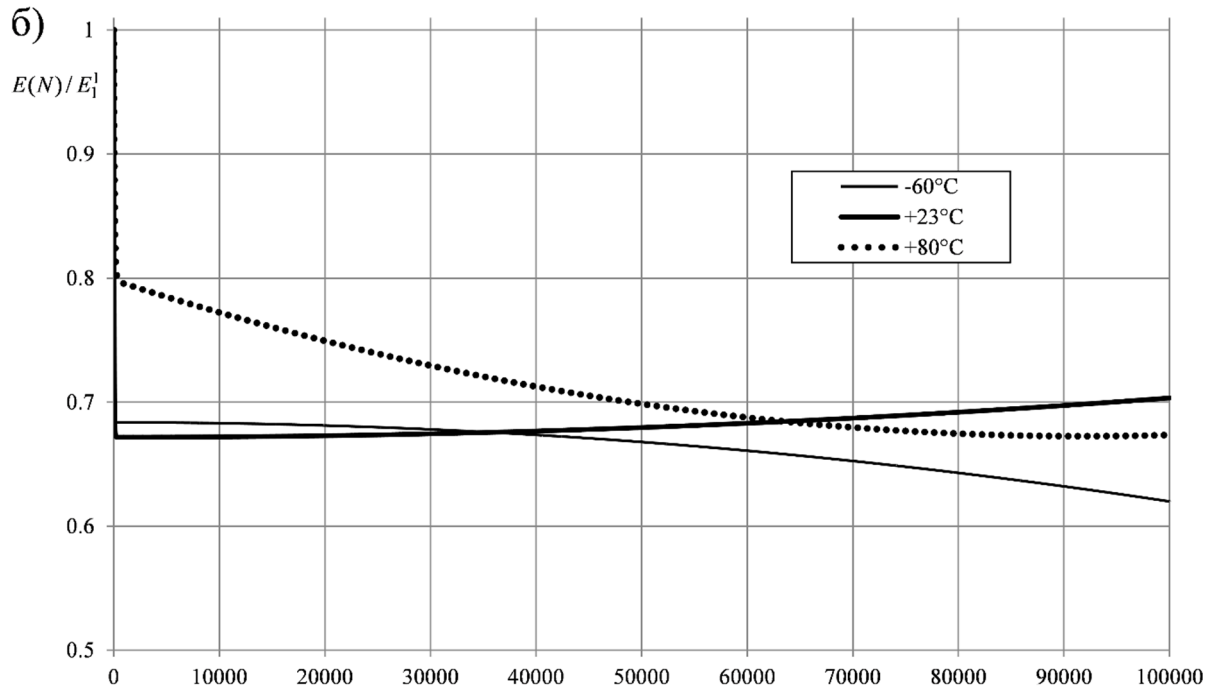


Рисунок 3.11б Зависимость продольного модуля упругости от числа циклов нагрузки – в диапазоне числа циклов 0 – 100000

На основании полученных экспериментальных данных можно построить кривую усталости для заданного уровня деградации жесткости для углепластика ЕСС 450/СНС Ероху 520, в соответствии с зависимостью (3.5). С учетом полученных экспериментальных данных, зависимость (3.5) для трех температур примет значения:

$$\sigma_a^{[-60]}(N) = 320.98 \cdot N^{-0.0257}, \text{ МПа};$$

$$\sigma_a^{[+23]}(N) = 402.86 \cdot N^{-0.0165}, \text{ МПа};$$

$$\sigma_a^{[+80]}(N) = 365.55 \cdot N^{-0.0158}, \text{ МПа}.$$

График кривых усталости исследованного образца для трех значений температур приведен на рисунке 3.12. Для температур  $-60^{\circ}\text{C}$  и  $+23^{\circ}\text{C}$  кривые построены для уровня снижения жесткости до значений, соответствующих жесткости алюминиевого сплава 7075-Т6, представляющего материал поврежденной обшивки, подвергнутой клеевому ремонту; для температуры  $+80^{\circ}\text{C}$  построенная кривая соответствует 50%-ному уровню деградации модуля продольной упругости.

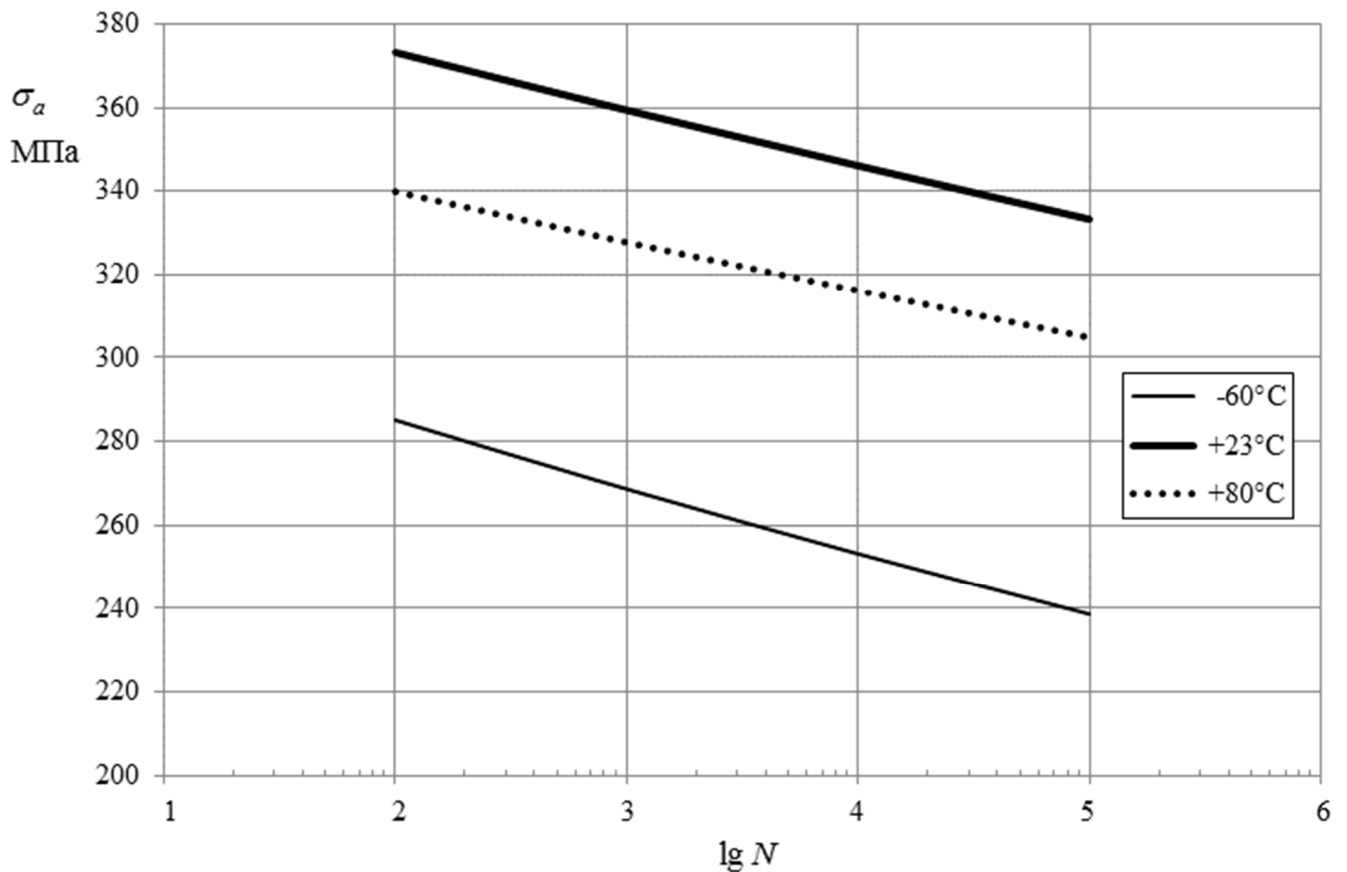


Рисунок 3.12 Кривая усталости  $S_c-N$  для углепластика ECC 450/CHS Eroху 520

Изменение поперечного модуля упругости образцов оценивалось по изменению коэффициента Пуассона от числа циклов нагружения. Изменение коэффициента Пуассона удовлетворительно аппроксимируется линейной зависимостью:

$$\nu_{12}(N) = \nu_{12}^1 + \frac{\nu_{12}^{final} - \nu_{12}^1}{10^5} \cdot N, \quad (3.7)$$

где  $\nu_{12}^1$  – коэффициент Пуассона на первом цикле нагружения,  $\nu_{12}^{final}$  – коэффициент Пуассона на финальном,  $10^5$ -ом, цикле нагружения. График зависимости для коэффициента Пуассона представлен на рисунке 3.13.

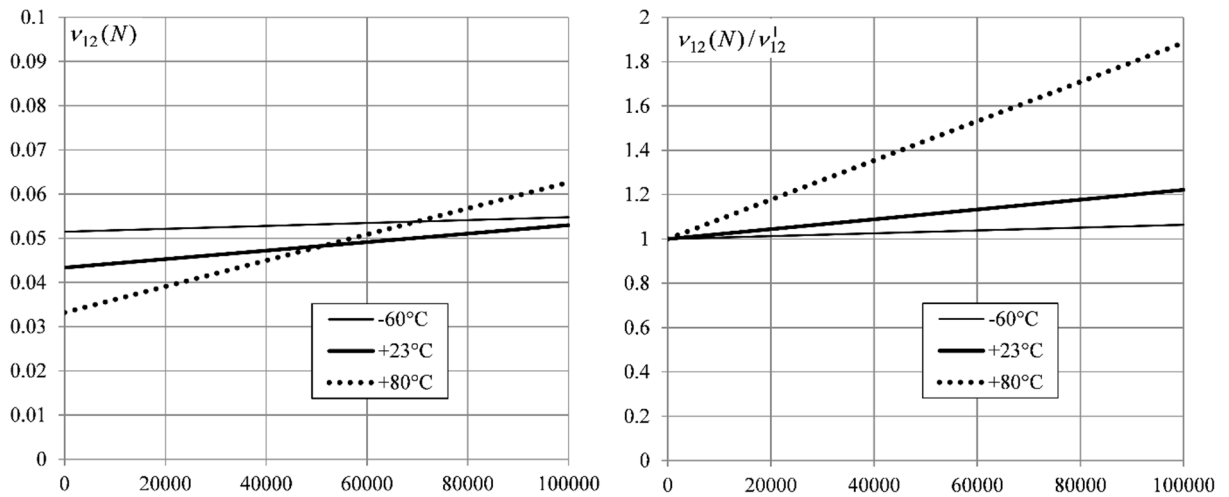


Рисунок 3.13 Зависимость коэффициента Пуассона от числа циклов нагрузки в диапазоне числа циклов 0 – 100000

### 3.4 Выводы по разделу 3

По результатам проведения усталостных испытаний серии образцов из углепластика на базе углеткани ЕСС 450 были получены зависимости изменения модуля упругости материала от числа циклов нагружения при трех значениях температуры. Во всех трех сериях (при температурах  $-60^{\circ}\text{C}$ ,  $+23^{\circ}\text{C}$ ,  $+80^{\circ}\text{C}$ ) образцы продемонстрировали ожидаемое резкое снижение модуля продольной упругости на интервале до 500 циклов с последующей стабилизацией (пологим изменением) модуля упругости до конца проведения испытаний. Для образцов, испытанных при температуре  $+23^{\circ}\text{C}$  наблюдалось увеличение жесткости в течение процесса циклического нагружения, тогда как при повышенной и пониженной температуре такое увеличение жесткости отмечено лишь для отдельных образцов. Наиболее интенсивно изменялся модуль упругости образцов, испытанных при  $-60^{\circ}\text{C}$ : после 100 циклов нагружения значение модуля упругости перешло в пологую фазу; такое поведение материала может быть объяснено минимальной пластичностью композиции при пониженной температуре, позволяющей более активно

развиваться микротрещинам матрицы и спрямлять переплетенные волокна заполнителя, быстро увеличивая продольные деформации образцов. С ростом температуры наблюдается увеличение пластичности ПКМ, точка перехода зависимости для модуля упругости в пологую фазу сдвигается вправо; наименьшее изменение модуля упругости отмечено для образцов, испытанных при повышенной температуре. Образцы, испытанные при  $+80^{\circ}\text{C}$ , показали наименьшую жесткость: зафиксировано почти двукратное снижение величины продольного модуля упругости по сравнению с испытаниями при комнатной температуре, что потребует установления температурных ограничений при использовании указанной композиции углеткань-смола в качестве ремонтного состава.

При анализе характера поведения коэффициента Пуассона  $\nu_{12}$  отмечается более значительное его изменение в ходе испытаний при повышенной температуре, что говорит о росте величины поперечной деформации, опережающем рост продольной деформации образцов. Изменение коэффициента Пуассона при пониженной и комнатной температуре выражено менее ярко.

Полученные данные по изменению модуля упругости и коэффициента Пуассона используются автором для расчета качества проведения клеевого ремонта композитными заплатами, выполненными из исследованного материала, и оценки срока их эффективной работы.

Многочисленные опубликованные работы, посвященные исследованию усталостных свойств ПКМ, широко применяют модели деградации свойств, кратко представленные в данном разделе. Результаты проведенных натурных испытаний хорошо согласуются с данными, полученными другими авторами. Тем не менее, поведение композиционного материала при циклическом нагружении являет собой более объемную область исследований, и приведенные ниже задачи еще ждут своего решения [165].

1. Усталостные свойства композитов существенно зависят от температуры, при которых материал подвергается нагрузке [78, 116, 119, 125, 137, 138, 144, 152, 153, 157, 161]. Из результатов проведенного эксперимента очевидно,

что степень деградации свойств материала меняется при изменении температуры проведения эксперимента. В данном исследовании температура не включалась в математическое выражение для зависимости свойств от числа циклов нагружения, а являлась внешним параметром, разделившим единое явление термомеханической усталости углепластика на 3 узких полосы по трем заданным температурам. Общая универсальная модель, учитывающая вклад температуры среды в процесс усталости материала, еще ожидает своего оформления.

2. Усталостные характеристики композитов будут отличаться при различных значениях средних приложенных напряжений. Это явление можно отследить на основании построенных постоянных графиков усталости (см. пример на рисунке 3.1). При создании конструкций с использованием предложенных графиков усталости возникают трудности с аппроксимацией значений близи горизонтальной оси координат. Теоретически следовало ожидать, что значение предельного напряжения в точке пересечения с горизонтальной осью должно сходиться к пределу прочности материала при статическом растяжении или сжатии. В действительности же, при длительно приложенной нагрузке на растяжение в композиционном материале возникают процессы текучести, что никак не отражено в моделях деградации свойств при построении и использовании постоянных графиков усталости.

3. Многие композитные конструкции проектируются для использования длительный период времени, за который число циклов нагружения может превысить  $10^9$ , тогда как база усталостных испытаний обычно устанавливается в пределах  $10^7$ . Экстраполяция известных данных на более длительный период нагружения не всегда будет соответствовать реальной картине жизненного цикла изделий.

4. Реальные конструкции подвергаются более сложному режиму нагружения, чем это учитывается в моделях, используемых при разработке конструкций. В эксплуатации амплитуда и направления приложенных нагрузок могут варьироваться в широких пределах от цикла к циклу, могут сочетаться с

различными температурными, влажностными, коррозионными и эрозионными явлениями, что будет существенно влиять на характеристики усталости материала.

Ускоренное развитие методов и алгоритмов компьютерного моделирования поведения сложных материалов, совместно с данными экспериментальных исследований по типу [18-20] позволяют разрабатывать новые подходы к оценке усталости и долговечности ПКМ. Тем не менее, использование приближенных и упрощенных эмпирических моделей выглядит оправданным на этапах предварительного проектирования и начальных прикидочных расчетов, когда одной из задач, стоящих перед инженером, является сокращение числа пригодных для реализации вариантов и выбора направления детальной проработки конструкций.

## **4 Методика расчета параметров клеевых ремонтных заплат для металлических конструкций планера**

### **4.1 Постановка задачи**

На основании моделей поведения материалов, разработанных в разделах 2 и 3, автором строится общий алгоритм расчета параметров клеевого ремонта и разрабатывается методика подбора подходящих ремонтных заплат из композиционных материалов. Для выяснения вклада деградации модуля упругости материала заплата автором проведен расчет с использованием данных экспериментального исследования, результаты которого приведены в разделе 3. Для сравнения качества клеевого ремонта расчет проведен автором для материалов заплат из разных классов: углепластика, стеклопластика, боропластика и гибридного материала типа GLARE или СИАЛ (свойства слоев материала были взяты из открытых источников [23, 169]).

### **4.2 Алгоритм расчета клеевого ремонтного соединения**

Блок-схема расчетного алгоритма приведена на рисунке 4.1, описание пронумерованных шагов расчета дается ниже. Критерием качества ремонтного соединения будет считаться скорость развития существующего в обшивке дефекта типа трещины. Расчет проводится как итерационный процесс с заданием требуемых исходных параметров; при необходимости, величины заданных параметров могут изменяться с малым шагом для получения искомого результата

по качеству разработанного клеевого ремонтного соединения. Расчетный алгоритм содержит четыре петли оптимизации ( $i, j, k$  и  $m$ ), по которым может быть проведен анализ и настройка расчета для получения удовлетворяющих значений скорости развития исходного дефекта обшивки.

Шаг 1. Задание приложенной к обшивке внешней нагрузки. Часто при создании ремонтных процедур величины расчетных нагрузок, по которым производились проектировочные и проверочные расчеты обшивки, конструктору неизвестны. В этом случае можно оценить величину расчетных растягивающих и сжимающих усилий на основе информации о материале обшивки и ее толщине в месте обнаруженного повреждения. Из общей картины усталостного нагружения рассматриваемой конструкции задается коэффициент асимметрии цикла периодической нагрузки  $R$  и амплитудные значения нагрузки в цикле.

Шаг 2. Задание стартового значения размера ремонтной заплаты (петля оптимизации  $i$ ). Размер заплаты  $A_{\max}$  принимается на основании измеренной длины дефекта  $a_0$ . На основании проведенных расчетов и по итогам анализа литературы по тематике клеевых ремонтов, в качестве оптимального автором предлагается задавать начальный размер ремонтной заплаты как:

$$A_{\max} = a_0 + \sqrt{a_0},$$

форма заплаты – эллиптическая с соотношением полуосей эллипса  $A/B$ :

$$0.5 < A/B < 2.$$

В случае неудовлетворительных результатов расчета размер заплаты можно увеличивать малыми инкрементами до предельного значения, задаваемого конструктивными ограничениями в месте проведения ремонта.

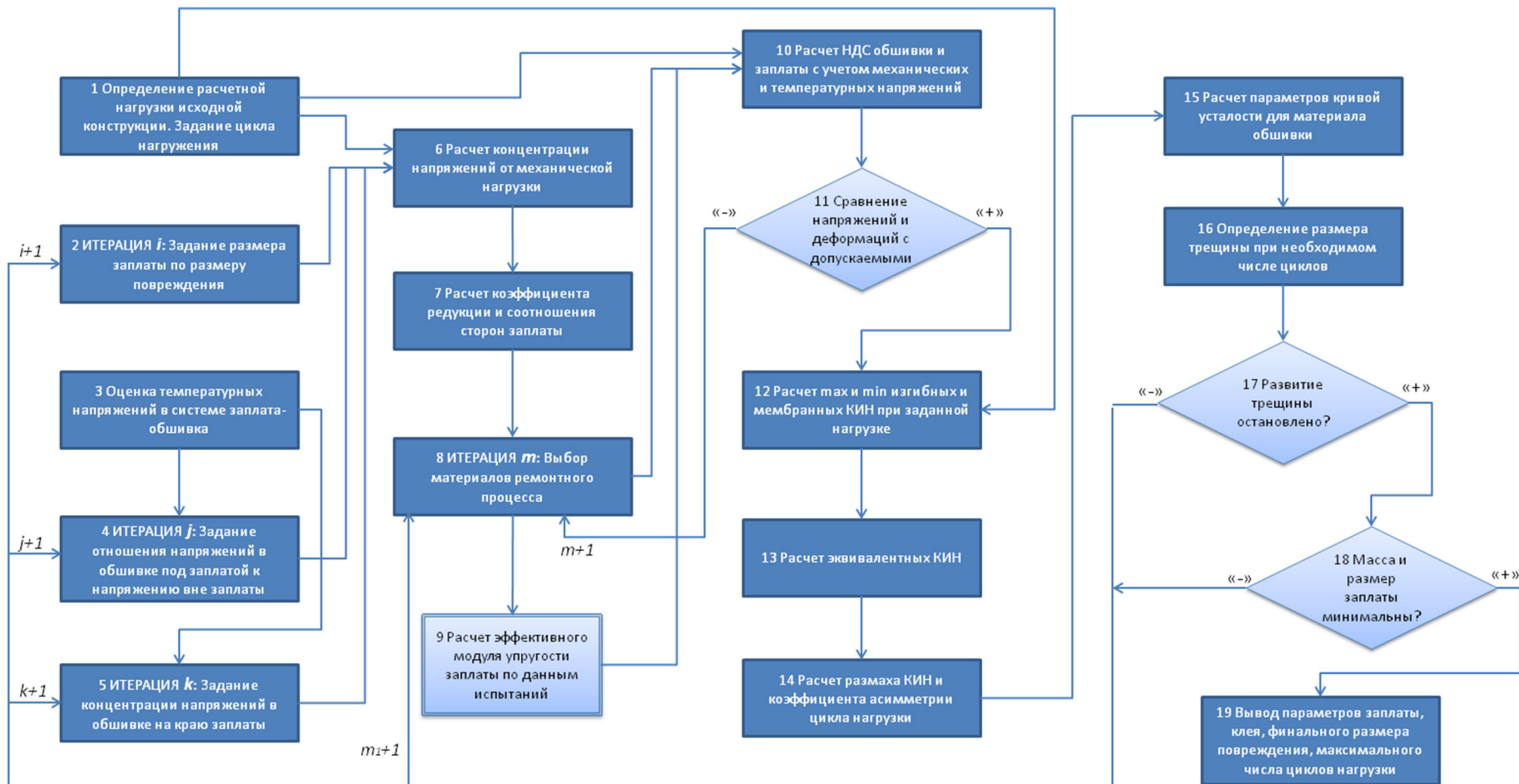


Рисунок 4.1 Блок-схема расчета клевого ремонтного соединения

Шаг 3. Оценка величин температурных напряжений в системе обшивка-заплата. Поскольку при ремонте планируется соединение разнородных материалов, должны быть учтены напряжения и деформации от изменения температуры среды в процессе эксплуатации. В текущем приближении такая оценка может быть проведена по простым формулам:

$$\sigma_{22}^T = \frac{E_S}{1 - \nu_S^2} (\nu_S \varepsilon_{11}^{T,p} + \varepsilon_{22}^{T,p});$$

$$\varepsilon_{11}^{T,p} = \alpha_S \left( \frac{\alpha_{11}^p}{\alpha_S} - 1 \right) \Delta T,$$

$$\varepsilon_{22}^{T,p} = \alpha_S \left( \frac{\alpha_{22}^p}{\alpha_S} - 1 \right) \Delta T.$$

Здесь,  $\sigma_{22}^T$  – напряжения от изменения температуры в направлении, перпендикулярном трещине,  $E_S$ ,  $\nu_S$  – модуль упругости и коэффициент Пуассона обшивки,  $\alpha_S$  – коэффициент линейного температурного расширения материала обшивки, отношения  $\frac{\alpha_{ij}^p}{\alpha_S}$  задается на основании данных о разности между коэффициентом расширения поврежденной обшивки и предполагаемого материала заплаты.

Шаг 4. Задание отношения напряжений в обшивке под заплатой  $\sigma_0$  к напряжению вне заплаты  $\sigma_\infty$  (петля оптимизации  $j$ ). На основании рекомендаций [86, 92, 93, с. 325-329], в зависимости от величины  $\frac{\sigma_{22}^T}{\sigma_\infty}$ , величину искомого

отношения предлагается изменять малыми шагами, начиная со значения

$\frac{\sigma_0}{\sigma_\infty} = 0.8 + 0.2 \frac{\sigma_{22}^T}{\sigma_\infty}$  до достижения требуемого значения качества клеевого ремонта:

- при  $\frac{\sigma_{22}^T}{\sigma_\infty} \leq 1$  величину отношения уменьшают малыми шагами до

$$0.33 + 0.67 \frac{\sigma_{22}^T}{\sigma_\infty};$$

- при  $\frac{\sigma_{22}^T}{\sigma_\infty} > 1$  величину отношения увеличивают малыми шагами до

$$0.33 + 0.67 \frac{\sigma_{22}^T}{\sigma_\infty}.$$

Шаг 5. Задание концентрации напряжений в обшивке на краю заплата (петля оптимизации  $k$ ). В зависимости от величины  $\frac{\sigma_{22}^T}{\sigma_\infty}$ , величину концентрации напряжений можно изменять малыми приращениями, начиная со значения  $K_t = 1.05 - 0.05 \frac{\sigma_{22}^T}{\sigma_\infty}$  до достижения требуемого значения качества клевого ремонта:

- при  $\frac{\sigma_{22}^T}{\sigma_\infty} \leq 1$  величину концентрации напряжений увеличивают малыми

шагами до наименьшего значения из диапазона  $\left\{ 1.3, \frac{\sigma_{в\ растяж}}{\sigma_\infty}, 2 - \frac{\sigma_{22}^T}{\sigma_\infty} \right\}$

- при  $\frac{\sigma_{22}^T}{\sigma_\infty} > 1$  величину концентрации напряжений уменьшают малыми

шагами до наибольшего значения из диапазона  $\left\{ 2 - \frac{\sigma_{22}^T}{\sigma_\infty}, -\frac{\sigma_{в\ сжат}}{\sigma_\infty} \right\}$ .

Значения величин, задаваемых на шагах 4 и 5, могут выбираться из других диапазонов и отсчитываться от других начальных значений при наличии экспериментальных данных для конкретного типа создаваемого ремонта или особых заранее установленных исходных данных.

Шаг 6. Расчет концентрации напряжений от механической нагрузки. Взаимосвязь между механическими и температурными напряжениями в методе инклюзии можно выразить на основе термомеханической аналогии, когда действие локальных температурных напряжений заменяется суперпозицией двух случаев: действием разности напряжений  $\sigma_\infty - \sigma^T$  на составное сечение и действием на

обшивку механических напряжений, эквивалентных температурным напряжениям (рисунок 4.2).

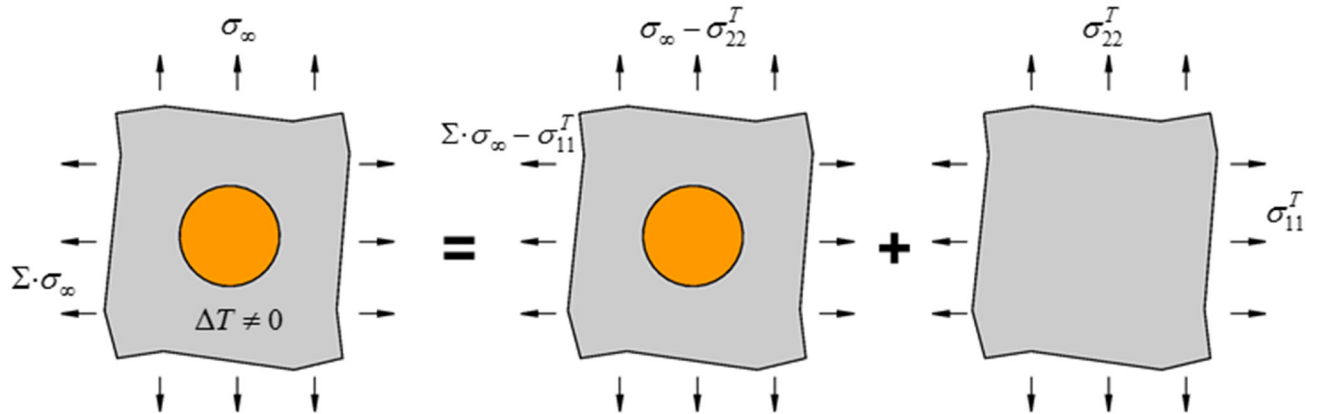


Рисунок 4.2 Метод линейной суперпозиции при анализе нагружения

Напряжения в обшивке под заплатой  $\sigma_0$  и напряжения в обшивке вблизи края заплаты  $\sigma_{edge}$  можно выразить:

$$\sigma_0 = \frac{\sigma_0^*}{\sigma_\infty} (\sigma_\infty - \sigma_{22}^T) + \sigma_{22}^T,$$

$$\sigma_{edge} = \frac{\sigma_{edge}^*}{\sigma_\infty} (\sigma_\infty - \sigma_{22}^T) + \sigma_{22}^T.$$

(4.1)

$$\frac{\sigma_0}{\sigma_\infty} = \left(1 - \frac{\sigma_{22}^T}{\sigma_\infty}\right) \frac{\sigma_0^*}{\sigma_\infty} + \frac{\sigma_{22}^T}{\sigma_\infty},$$

$$K_t = \left(1 - \frac{\sigma_{22}^T}{\sigma_\infty}\right) K_t^* + \frac{\sigma_{22}^T}{\sigma_\infty}, \quad (K_t = \frac{\sigma_{edge}}{\sigma_\infty});$$

где  $\sigma_0^*$ ,  $\sigma_{edge}^*$  и  $K_t^*$  – напряжения в обшивке под заплатой, вблизи края заплаты и величина концентрации напряжений в обшивке при действии только удаленно приложенного механического напряжения  $\sigma_\infty$ . Искомые величины концентрации напряжений в обшивке при действии механических усилий определяются из выражений (4.1):

$$\frac{\sigma_0^*}{\sigma_\infty} = \frac{\sigma_0}{\sigma_\infty - \sigma_{22}^T} - \frac{\sigma_{22}^T}{\sigma_\infty},$$

$$K_t^* = \frac{K_t \sigma_\infty - \sigma_{22}^T}{\sigma_\infty - \sigma_{22}^T}.$$

Шаг 7. Расчет коэффициента редукции и соотношения сторон заплата. На основании метода инклюзии для эллиптической жестко установленной заплата напряжения в обшивке под заплата устанавливается зависимость [149, 150]:

$$[C^I] = [C^S] + \frac{t_P}{t_S} [C^P],$$

где  $[C^{I,S,P}]$  – тензоры упругости инклюзии, обшивки и заплата соответственно,  $t_{P,S}$  – толщины заплата и обшивки. Обозначив  $(x, y)$  компоненты напряжения в обшивке под заплата как  $p$  и  $q$ , для точек А и В на контуре инклюзии (рисунок 4.3) можно получить взаимосвязь:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^I \\ \varepsilon_{yy}^I \end{Bmatrix} = [C^I]^{-1} \begin{Bmatrix} p \\ q \end{Bmatrix};$$

$$\varepsilon_{xx, B}^I = \varepsilon_{xx, B}^S,$$

$$\varepsilon_{yy, A}^I = \varepsilon_{yy, A}^S.$$

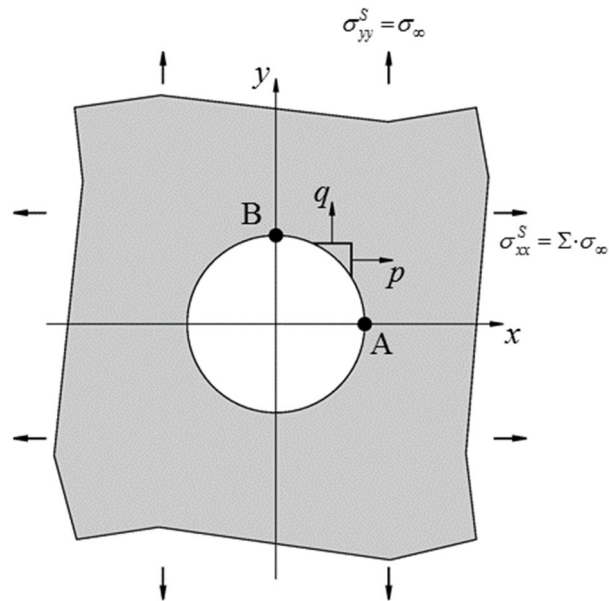


Рисунок 4.3 Метод инклюзии для эллиптической заплата – распределение напряжений.

В соответствии с решением задачи о пластине с эллиптическим отверстием [52] напряжения в обшивке для точек А и В будут равны:

$$\begin{cases} \sigma_{xx}^S \\ \sigma_{yy}^S \end{cases}_A = \begin{cases} p \\ p - 2 \frac{A}{B} q - \sigma_{\infty xx} + \sigma_{\infty yy} \left(1 + 2 \frac{A}{B}\right) \end{cases},$$

$$\begin{cases} \sigma_{xx}^S \\ \sigma_{yy}^S \end{cases}_B = \begin{cases} -2 \frac{B}{A} p + q - \sigma_{\infty yy} + \sigma_{\infty xx} \left(1 + 2 \frac{B}{A}\right) \\ q \end{cases};$$

откуда можно найти неизвестные компоненты  $p$  и  $q$ .

Для обшивки с эллиптической клеевой заплатой в зоне вблизи края заплаты будет наблюдаться пик напряжений:

$$\sigma_{yy}^S(B^+, 0) = q.$$

Концентрация напряжений в обшивке при  $y = 0$  внутри области заплаты при  $|x| < A$  с будет выражаться:

$$\begin{cases} K_t^* = (1 + S) \frac{\sigma_0^*}{\sigma_\infty} \\ \frac{\sigma_0^*}{\sigma_\infty} = \frac{1}{Z} \left( (1 + S) \left( 3 + 2 \frac{B}{A} \right) + 1 + \nu_s S + 2 \left( \frac{B}{A} \right)^{-1} + \Sigma S \left( 1 - \nu_s - 2 \nu_s \frac{B}{A} \right) \right) \end{cases}, \quad (4.2)$$

$$Z = 3(1 + S)^2 + 2(1 + S) \left( \frac{B}{A} + \left( \frac{B}{A} \right)^{-1} + \nu_s S \right) + 1 - \nu_s^2 S^2;$$

где  $S = \frac{E'_P t_P}{E'_S t_S}$  – коэффициент редукции заплаты,  $E'_{P,S} = \frac{E_{P,S}}{1 - \nu_{P,S}^2}$ .

Из системы (4.2) можно найти значения коэффициента редукции  $S$  и соотношение сторон заплаты  $A/B$  при использовании заплаты эллиптической формы.

**Шаг 8.** Выбор материалов ремонтного процесса (петля оптимизации  $m$ ). В качестве нулевой итерации подбора материала заплаты и клевого состава при отсутствии дополнительной информации, суживающей диапазон поиска, можно выбрать наиболее освоенные и доступные в эксплуатации материалы. Для заплаты в общем случае автором предлагается выбирать материал с бóльшим, чем у ремонтируемой обшивки, модулем продольной упругости; при использовании

слоистых пластиков следует выбирать сбалансированную симметричную укладку слоев; направление основы слоев следует ориентировать поперек трещины. Для оценки результирующего модуля упругости композитной заплаты, состоящей из нескольких слоев с известными свойствами, можно воспользоваться выражениями классической теории слоистых пластин [8, 13] (ось  $X$  направлена вдоль направления  $0^\circ$  композита):

$$E_x = \frac{\bar{B}_{11}\bar{B}_{22} - \bar{B}_{12}^2}{\bar{B}_{22}}, \quad E_y = \frac{\bar{B}_{11}\bar{B}_{22} - \bar{B}_{12}^2}{\bar{B}_{11}},$$

$$\bar{B}_{pq} = \sum_1^k \bar{h}_i b_{pq}^i, \quad \bar{h}_i = \frac{h_i}{h};$$

где,  $h_i$  – толщина  $i$ -го слоя,  $h$  – толщина заплаты,  $b_{pq}^i$  – коэффициенты преобразования механических свойств слоя материала в осях 1 и 2, связанных с направлением волокон в слое, к осям  $XOY$ , связанным с ориентацией результирующей многослойной заплаты. Коэффициенты  $b_{pq}^i$  выражаются через механические свойства слоя  $E_1^i, E_2^i, G_{12}^i, \nu_{12}^i$  и угол его ориентации  $\varphi_i$  относительно системы координат  $XOY$ :

$$\begin{aligned} b_{11}^i &= \bar{E}_1^i \cos^4 \varphi_i + 2\bar{E}_1^i \nu_{12}^i \sin^2 \varphi_i \cos^2 \varphi_i + \bar{E}_2^i \sin^4 \varphi_i + G_{12}^i \sin^2 2\varphi_i, \\ b_{12}^i &= b_{21}^i = (\bar{E}_1^i + \bar{E}_2^i - 4G_{12}^i) \sin^2 \varphi_i \cos^2 \varphi_i + \bar{E}_1^i \nu_{12}^i (\sin^4 \varphi_i + \cos^4 \varphi_i), \\ b_{13}^i &= b_{31}^i = ((\bar{E}_1^i \cos^2 \varphi_i - \bar{E}_2^i \sin^2 \varphi_i) - (\bar{E}_1^i \nu_{12}^i + 2G_{12}^i) \cos^2 \varphi_i) \sin \varphi_i \cos \varphi_i, \\ b_{22}^i &= \bar{E}_1^i \sin^4 \varphi_i + 2\bar{E}_1^i \nu_{12}^i \sin^2 \varphi_i \cos^2 \varphi_i + \bar{E}_2^i \cos^4 \varphi_i + G_{12}^i \sin^2 2\varphi_i, \\ b_{23}^i &= b_{32}^i = ((\bar{E}_1^i \sin^2 \varphi_i - \bar{E}_2^i \cos^2 \varphi_i) - (\bar{E}_1^i \nu_{12}^i + 2G_{12}^i) \cos^2 \varphi_i) \sin \varphi_i \cos \varphi_i, \\ b_{33}^i &= (\bar{E}_1^i + \bar{E}_2^i - 2\bar{E}_1^i \nu_{12}^i) \sin^2 \varphi_i \cos^2 \varphi_i + G_{12}^i \cos^2 2\varphi_i; \end{aligned}$$

$$\bar{E}_{1,2}^i = \frac{E_{1,2}^i}{1 - \nu_{12}^i \nu_{21}^i}.$$

При выборе клеевого состава, кроме механических свойств клея, автор предлагает принимать во внимание условия эксплуатации соединения, температуру, давление прижима и время отверждения клея, адгезию к материалу

обшивки и заплаты. В дополнение к перечисленным свойствам, при оценке клеевого соединения следует обратить внимание на величины отрывных напряжений в клеевом слое, на вероятность возникновения пустот и непрочностей в соединении (и способы снижения этой вероятности), а также на зависимость свойств клея от температуры эксплуатации ремонтного соединения.

Шаг 9. Расчет эффективного модуля упругости заплаты по данным испытаний. При наличии данных натурных испытаний материала заплаты задается зависимость модуля упругости материала от числа циклов усталостной нагрузки по моделям деградации свойств (3.4) или (3.6). Заплаты из тканых композиционных материалов могут терять до 30-40% своей жесткости в направлении приложенного усилия при циклическом нагружении. При использовании в расчете клеевого ремонтного соединения постоянного значения жесткости заплаты следует учесть опасность недооценки скорости развития дефекта, если используется величина статической жесткости материала, или неучтенной концентрации напряжений в обшивке в зоне на краю заплаты, если используется величина жесткости материала в пологой зоне на графике деградации упругих свойств.

Шаг 10. Расчет напряженно-деформированного состояния обшивки и заплаты. На основании информации о приложенных к поврежденной обшивке нагрузках и свойствах выбранных материалов, по модели клеевого соединения, описанной в разделе 2, производится расчет напряжений в обшивке, ремонтной заплате и клеевом слое. Компоненты напряжений и деформаций в обшивке и заплате вычисляются по уравнениям (2.18) и (2.19). Пиковые отрывные напряжения клеевого слоя находятся из выражений (2.48) и (2.50), пиковые касательные напряжения – из выражений (2.63) и (2.65).

Шаг 11. Сравнение напряжений и деформаций с допускаемыми. На данном шаге проводится первая оценка прочности ремонтного соединения на основе сравнения полученных на предыдущем шаге величин со значениями допускаемых напряжений и деформаций в выбранных материалах (с учетом принятых коэффициентов запаса прочности). Для слоистого композиционного материала заплаты проверяются условия прочности составляющих слоев. По найденному

напряжению, передаваемому заплатой, вычисляют вклад в работу заплата каждого слоя и по вычисленному НДС слоя можно оценить его прочность по критерию прочности Цая-Ву [122]:

$$F_1 \sigma_1 + F_2 (\sigma_2 + \sigma_3) + F_{11} \sigma_1^2 + F_{22} (\sigma_2^2 + \sigma_3^2) + 2(F_{22} - F_{23}) \tau_{23}^2 + \\ + F_{66} (\tau_{13}^2 + \tau_{12}^2) + 2F_{12} (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_1 \sigma_3) + 2F_{23} \sigma_2 \sigma_3 < 1$$

где  $F_{i, jk}$  – параметры прочности слоя,  $\sigma_i$ ,  $\tau_{jk}$  – действующие в слое нормальные и касательные напряжения.

Результатом расчета на данном шаге является вывод о пригодности материала клея и материала и укладки заплата к использованию в качестве компонентов клеевого ремонта. При неудовлетворительном результате расчет НДС проводится для новой комбинации обшивка-клей-заплата.

Шаг 12. Расчет максимальных и минимальных изгибных и мембранных коэффициентов интенсивности напряжений при заданной нагрузке. КИН в вершине трещины обшивки определяются по выражениям (2.80) и (2.81), причем для круглой заплата учитывается изменение длины нахлеста заплата в месте расположения вершины трещины в зависимости от длины трещины  $L(a) = 2\sqrt{R^2 - a^2}$  ( $R$  – радиус заплата).

По причине изгиба обшивки в месте повреждения и ремонта, КИН не остается постоянным по толщине обшивки (рисунок 4.4).

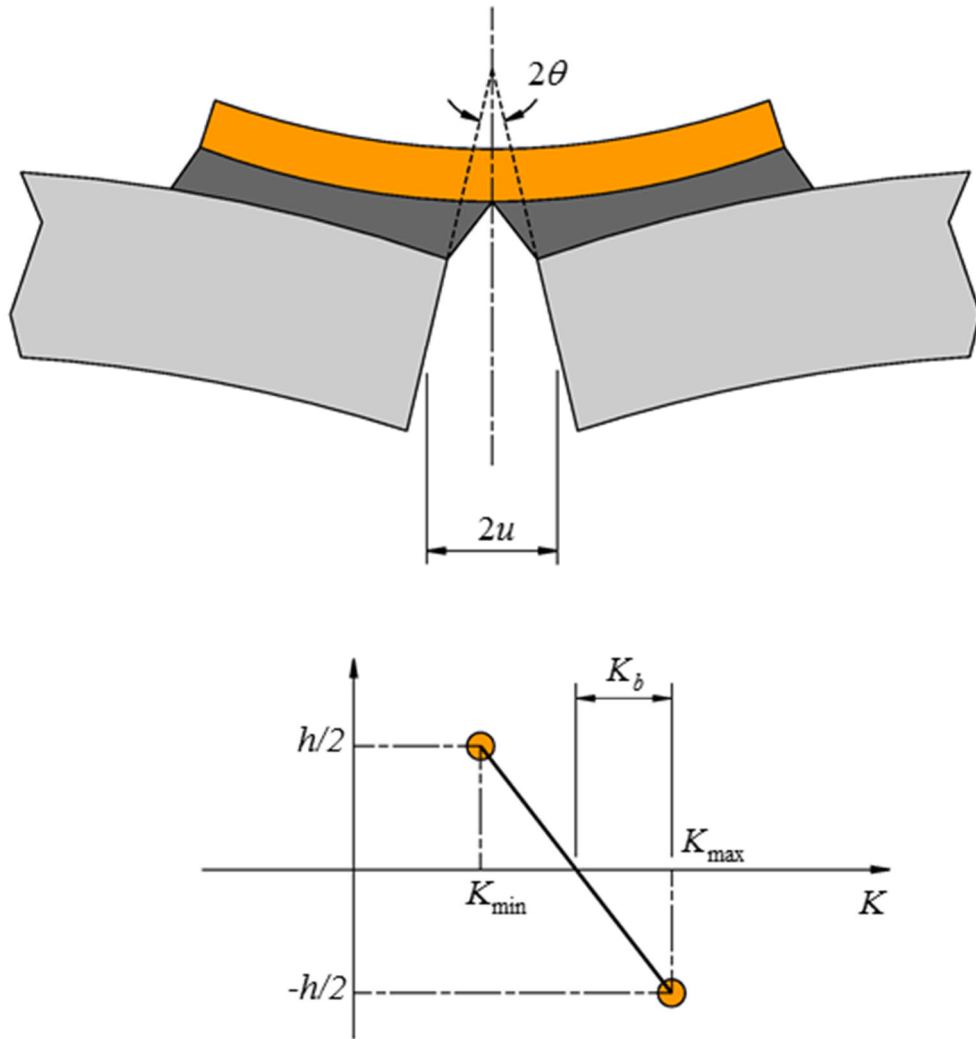


Рисунок 4.4 Изменение КИН по толщине  $h$  поврежденной обшивки

Максимальное и минимальное значения КИН будут равны:

$$K_{\max} = K_{\text{mem}} + K_b,$$

$$K_{\min} = K_{\text{mem}} - K_b.$$

Шаг 13. Расчет эквивалентных КИН. По причине непостоянства КИН по толщине пластины необходимо обозначить реалистичный критерий оценки роста дефекта. Для этих целей используется критерий эквивалентных КИН [96], хорошо согласующийся с данными экспериментальных исследований в широком диапазоне толщин обшивки и вариантов ремонтных заплат:

$$K_{eq} = K_{\max} + (1 - \sqrt{3}) \frac{K_b}{K_{\max}} K_{rms}, \quad (4.3)$$

$$K_{rms} = \sqrt{K_{mem}^2 + \frac{K_b^2}{3}}.$$

Значение эквивалентного КИН  $K_{eq}$  будет получаться линейной интерполяцией между двумя крайними случаями при действии в вершине трещины только растяжения и только изгиба. Таким образом, даже при наличии переменных значений КИН в сечении обшивки, можно воспользоваться обобщенным критерием  $K_{eq}$  для оценки скорости роста дефекта.

Шаг 14. Расчет размаха КИН и коэффициента асимметрии цикла нагрузки. После определения  $K_{eq}$  возможно определить размах КИН  $\Delta K_{eff}$  в вершине трещины при приложенной циклической нагрузке:

$$\Delta K_{eff} = K_{eq\max} - K_{eq\min},$$

$$R = \frac{K_{eq\min}}{K_{eq\max}}.$$

Значения  $\Delta K_{eff}$  и  $R$  необходимы для нахождения скорости роста трещины по закону Пэриса  $\frac{da}{dN} = f(\Delta K_{eff})$ , где  $a$  – половина длины трещины,  $N$  – число циклов приложенной нагрузки.

Шаг 15. Расчет параметров кривой усталости для материала обшивки. Чтобы оценить качество проведенного ремонта, необходимо определить, насколько снизится КИН в вершине трещины при наличии заплаты по сравнению со случаем, когда заплата отсутствует. На основании результатов экспериментальных исследований, например [63], можно охарактеризовать трещиностойкость алюминиевого сплава (рисунок 4.5) и построить регрессионную зависимость для последующих шагов расчета в виде полинома:

$$\frac{da}{dN} = a + b \Delta K_{eff} + c \Delta K_{eff}^2 + d \Delta K_{eff}^3 + f \Delta K_{eff}^4,$$

где  $a, b, c, d, f$  – коэффициенты регрессии.

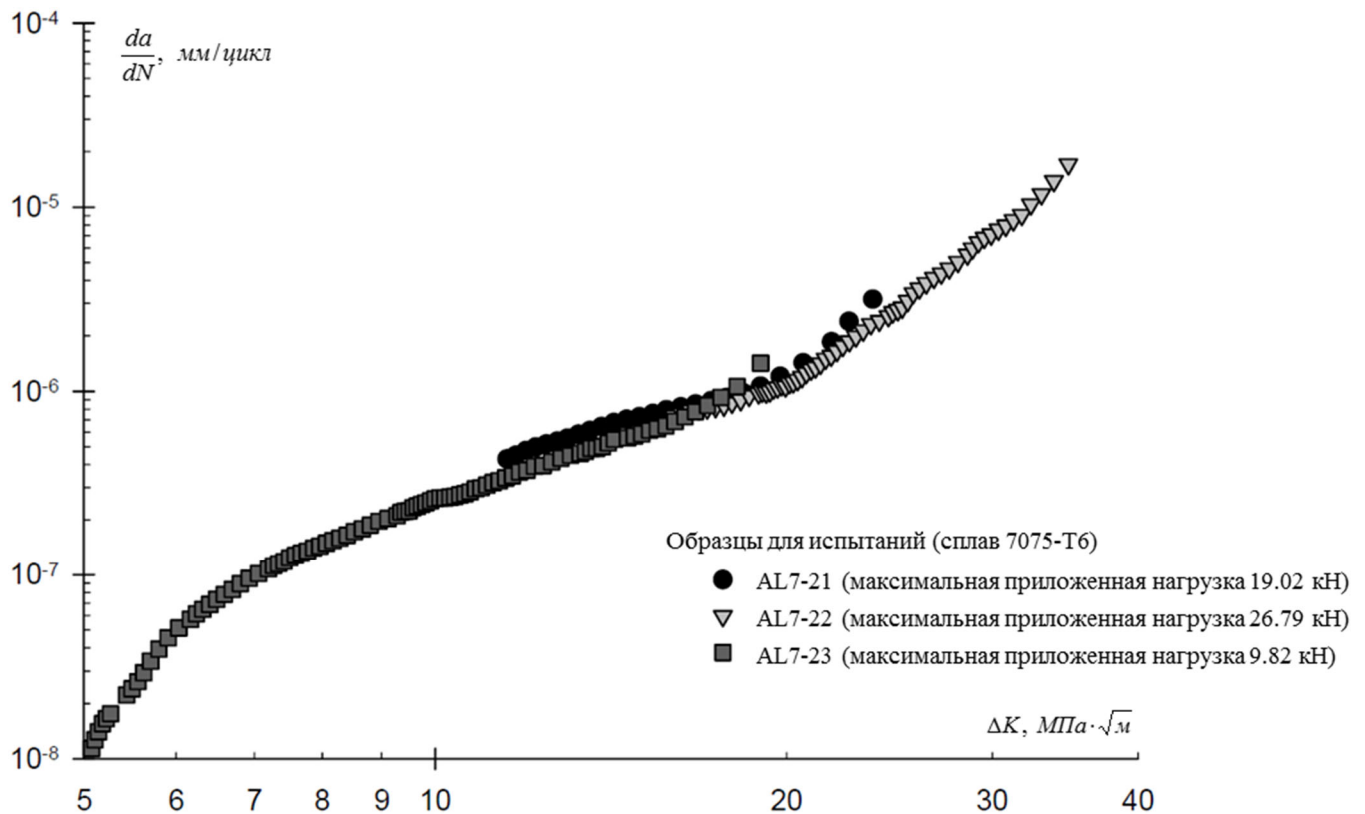


Рисунок 4.5 Скорость роста усталостной трещины для сплава 7075-T6 [63].

Шаг 16. Определение размера трещины при необходимом числе циклов. Вычислив значение  $\Delta K_{eff}$  в рассматриваемом случае нагружения и зная характер роста трещины в ремонтируемом материале, можно рассчитать прирост длины трещины на каждом цикле нагрузки. Задав предельное допустимое значение длины трещины, можно определить длительность нагружения до достижения установленного предела размера дефекта.

Шаг 17 и Шаг 18. В случае неудовлетворительных результатов расчета необходимо пройти новые итерации в контурах  $i, j, k, m$  для достижения требуемых параметров развития дефекта. Если скорость развития дефекта находится в пределах заданных ограничений, то можно провести дополнительный расчет при измененных величинах в петлях оптимизации с целью получить заплату минимальных размеров.

Шаг 19 предназначен для визуализации результатов расчета и вывода параметров клеевого соединения. Выполнив расчет для серии последовательно

меняющихся переменных в контурах  $i, j, k, m$ , можно выполнить параметрический анализ области возможных вариантов клеевого ремонта.

### **4.3 Конечно-элементный расчет для верификации аналитической модели клеевого ремонтного соединения**

Аналитический проектировочный расчет клеевого ремонтного соединения, проведенный по алгоритму, описанному выше, содержит большое число допущений, требует задания параметров со значительной долей неопределенности и является приближенным. Несмотря на это, аналитический расчет позволяет получать ответ о применимости выбранной конфигурации ремонтного соединения в сжатые сроки и, кроме этого, дает возможность проводить исследования целого класса соединений путем простого варьирования отдельных величин в интересующих пределах. Для численной верификации полученной аналитической модели клеевого ремонта была построена конечно-элементная (КЭ) модель клеевого ремонта в среде инженерных расчетов Abaqus.

Численная модель ремонта состоит из модели обшивки, содержащей трещину исходной длины, и модели заплаты, выполненной из композиционного материала. Передача усилия клеевой прослойкой между обшивкой и заплатой моделировалась заданием условий контакта двух деталей по сопрягаемым поверхностям. Общий вид геометрии модели с исходной расчетной сеткой показан на рисунке 4.6.

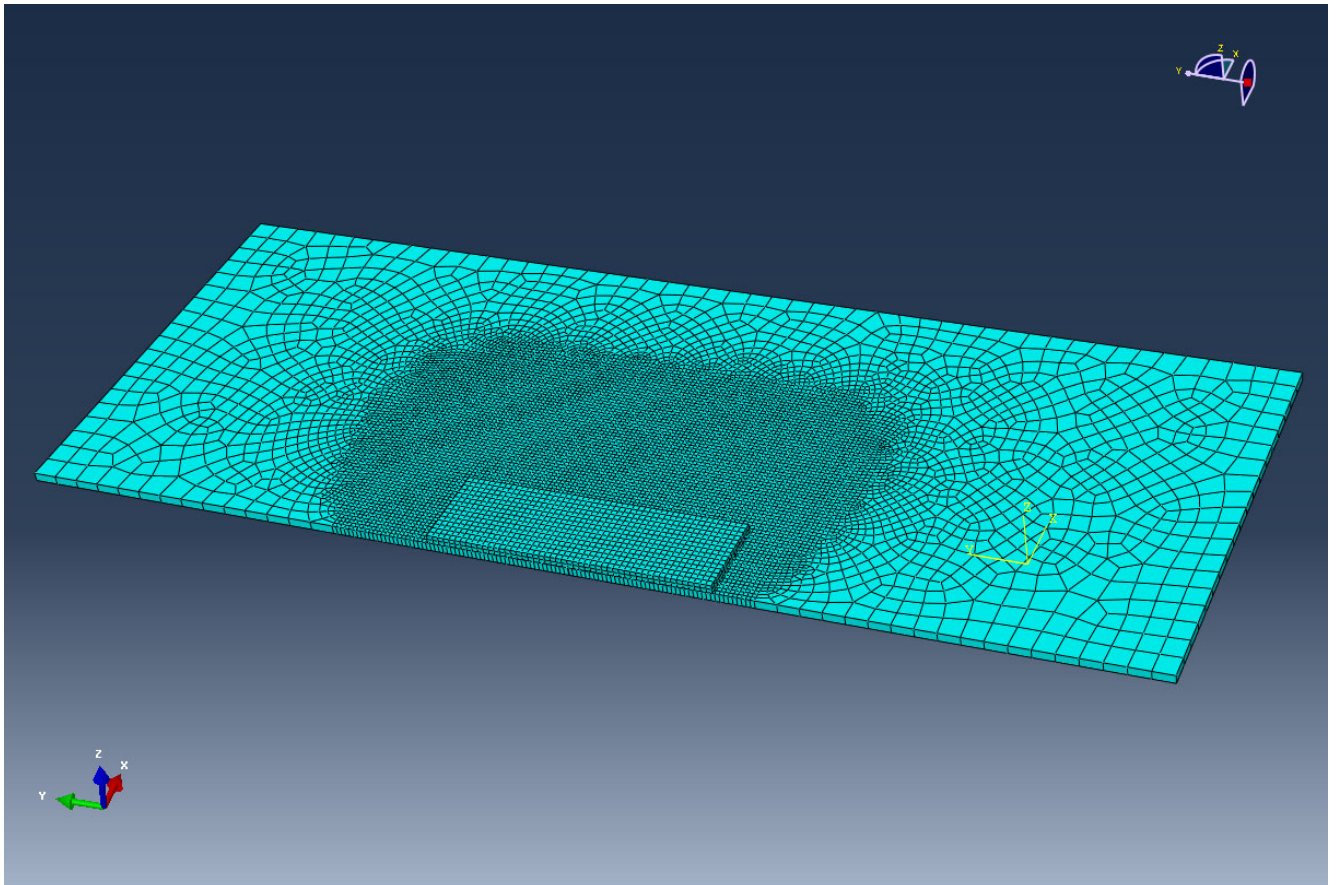


Рисунок 4.6 Область расчета и конечно-элементной сетка.

Для настройки численного расчета и проверки корректности КЭ модели на начальном этапе проводилось решение задачи растяжения пластины с существующей трещиной заданного размера при отсутствии ремонтной заплаты. Результаты КЭ расчета сравнивались с данными натурных экспериментов, приведенных в отчете [63]. Общая процедура испытаний соответствовала рекомендациям ASTM E647. Для снижения объема расчета моделировалась половина образца для испытаний, по плоскости симметрии задавалось соответствующее граничное условие. Размеры образца составляли  $305 \times 76 \times 3.175$  мм с краевой трещиной длиной 6.35 мм в середине образца, использованные свойства алюминиевого сплава 7075-T6 приведены в таблице 4.1.

Таблица 4.1 Характеристики сплава 7075-T6 для КЭ расчета

Модуль упругости, ГПа	73.1
Модуль сдвига, ГПа	28
Коэффициент Пуассона	0,33
Коэффициент линейного температурного расширения, $1/^\circ\text{C}$	$23.2 \cdot 10^{-6}$
Предел прочности при растяжении, МПа	462 (67000 psi)
Трещиностойкость $K_{IC}$ , МПа $\sqrt{\text{м}}$	77 [39]

К образцу была приложена синусоидальная циклическая нагрузка амплитудой 9.82 кН с коэффициентом асимметрии цикла  $R = 0.1$ .

Для моделирования процесса развития дефекта при циклической нагрузке применялись расчетные методы Abaqus: XFEM и Direct Cyclic Approach.

#### 4.3.1 Extended finite element method (XFEM)

Метод применяется для моделирования разрывов сплошности материала (трещин) и позволяет искать решения уравнений в частных производных для разрывных функций [80]. Метод XFEM задает априорную информацию о ходе решения в КЭ пространстве для симуляции несплошности и сингулярности в материалах независимо от схемы разбиения на конечные элементы. В данном методе к существующей конечно-элементной аппроксимации добавляются новые степени свободы при помощи функций «насыщения»: асимптотическая функция для моделирования вершины трещины и функция разрыва для задания зазора между поверхностями трещины.

Общий принцип работы метода XFEM можно показать на примере двумерной трещины (рисунок 4.7) [65, 126].

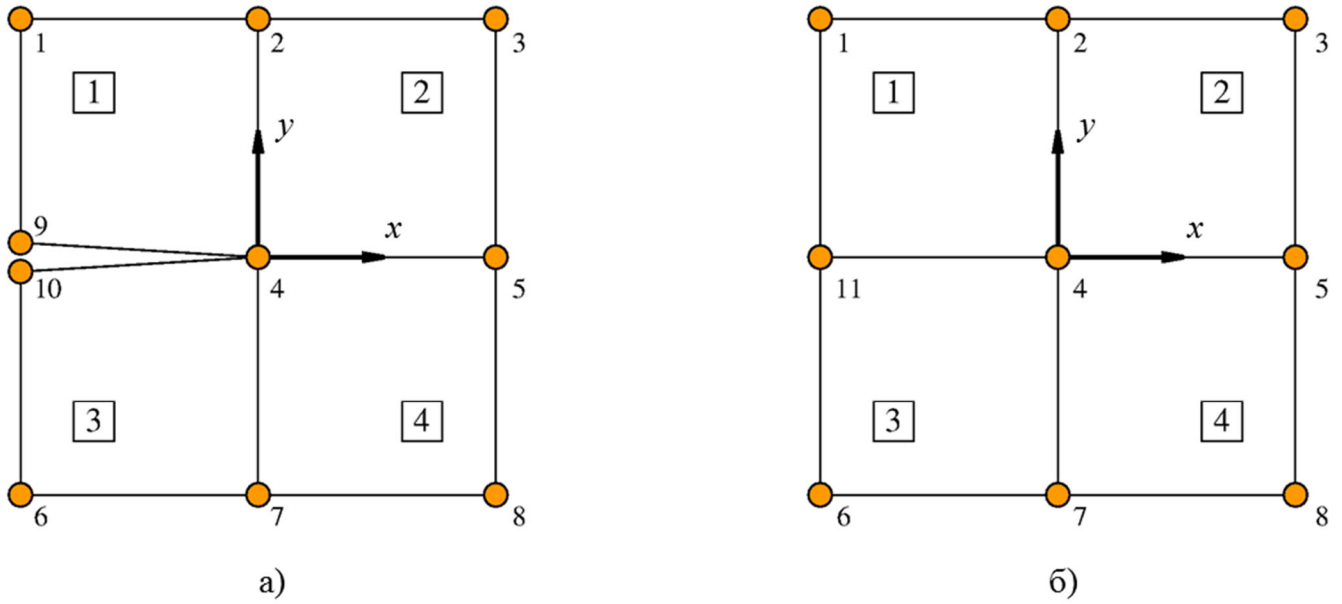


Рисунок 4.7 Схема двумерного случая метода XFEM: а) КЭ сетка с трещиной, б) КЭ сетка без трещины.

Конечно-элементная аппроксимация решения приведенного участка модели будет выражаться:

$$\mathbf{u}^h(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{10} N_i(\mathbf{x}) \mathbf{u}_i,$$

где  $N_i$  – функция формы для  $i$ -го узла,  $\mathbf{u}_i$  – вектор перемещений  $i$ -го узла,  $\mathbf{x}$  – вектор координат узла сетки. Введем параметры  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{l}$  как:

$$\mathbf{k} = \frac{\mathbf{u}_9 + \mathbf{u}_{10}}{2}, \quad \mathbf{l} = \frac{\mathbf{u}_9 - \mathbf{u}_{10}}{2}.$$

Представив векторы перемещений узлов 9 и 10 в виде  $\mathbf{u}_9 = \mathbf{k} + \mathbf{l}$ ,  $\mathbf{u}_{10} = \mathbf{k} - \mathbf{l}$ , можно получить решение конечно-элементной задачи как выражение:

$$\mathbf{u}^h = \sum_{i=1}^8 N_i \mathbf{u}_i + \mathbf{k}(N_9 + N_{10}) + \mathbf{l}(N_9 - N_{10})H(\mathbf{x});$$

$$\text{здесь, функция скачка } H(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & y > 0 \\ -1, & y < 0 \end{cases}.$$

Заменив сумму  $N_9 + N_{10}$  функцией формы для нового «фиктивного» узла  $N_{11}$  и  $\mathbf{k}$  на  $\mathbf{u}_{11}$ , получим конечно-элементную аппроксимацию в виде:

$$\mathbf{u}^h = \underbrace{\sum_{i=1}^8 N_i \mathbf{u}_i + N_{11} \mathbf{u}_{11}}_{\text{обычное КЭ решение}} + \underbrace{N_{11} H(\mathbf{x})}_{\text{функция насыщения}} \quad (4.4)$$

В структуре выражения (4.4) два первых слагаемых представляют собой стандартное решение по методу конечных элементов, а третье слагаемое описывает «зазор» между поверхностями трещины, таким образом, получается, что сетка с трещиной может быть представлена в расчете сеткой без фактической трещины, но с добавочной функцией разрыва.

Для моделирования сингулярности в вершине трещины вводится дополнительная асимптотическая функция в ячейках, прилегающих к трещине (рисунок 4.8) [126].

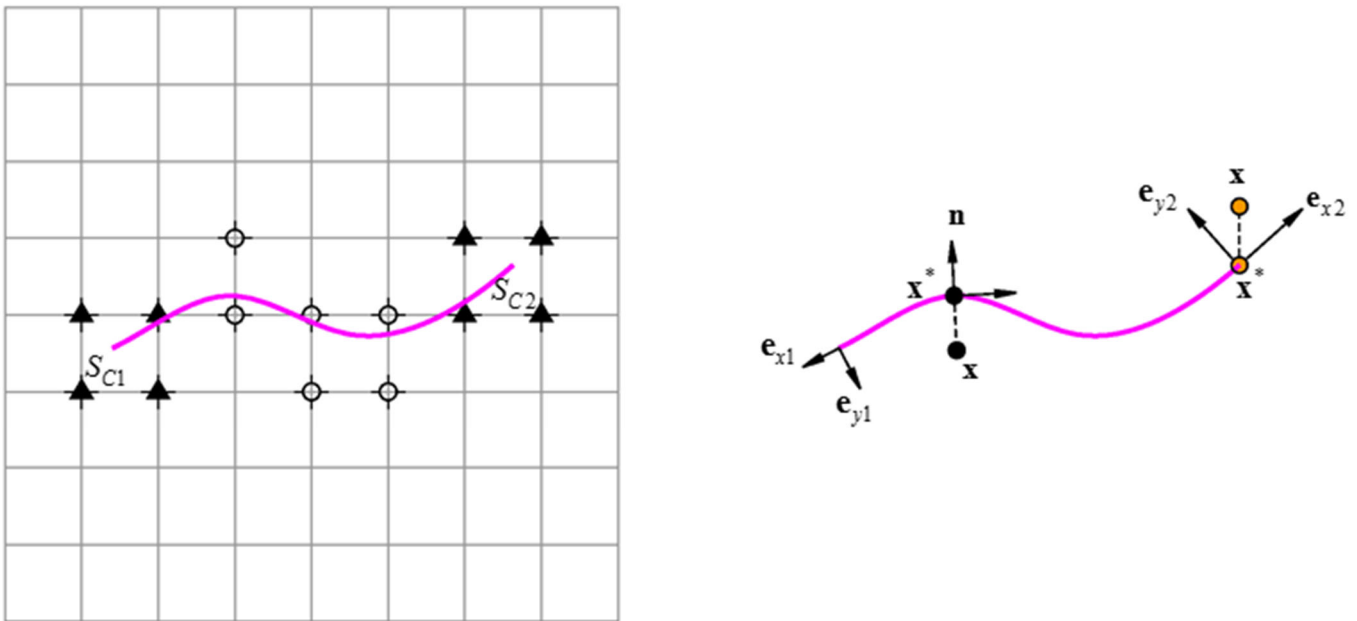


Рисунок 4.8 Схема расчета локальной трещины в КЭ сетке

Обозначив все узлы расчетной сетки как  $\mathcal{S}$ , узлы, окружающие вершину трещины как  $\mathcal{S}_c$ , узлы, чьи связи пересекаются трещиной, как  $\mathcal{S}_h$ , получим решение задачи в форме:

$$u = \sum_{I \in \mathcal{S}} N_I(\mathbf{x}) \left[ \mathbf{u}_I + \underbrace{H(\mathbf{x}) \mathbf{a}_I}_{I \in \mathcal{S}_h} + \underbrace{\sum_{i=1}^4 \psi_i(\mathbf{x}) \mathbf{b}_I^i}_{I \in \mathcal{S}_c} \right], \quad (4.5)$$

где  $\mathbf{u}_I$  – вектор перемещений узлов,  $\mathbf{a}_I$  – вектор степеней свободы узлов сетки, совместно с функцией скачка  $H(\mathbf{x})$ , представляющий зазор между

поверхностями трещины,  $\mathbf{b}_i^i$  – вектор степеней свободы узлов сетки, совместно с функцией вершины трещины  $\psi_i(\mathbf{x})$ , представляющий сингулярность в материале.

Функция скачка может быть определена в виде [159]:

$$H(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & \text{при } (\mathbf{x} - \mathbf{x}^*) \cdot \mathbf{n} \geq 0 \\ -1, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$$

$\mathbf{x}^*$  – координаты точки трещины, ближайшей к рассматриваемой точке  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{n}$  – вектор внешней нормали в точке  $\mathbf{x}^*$ .

Для изотропного упругого материала функция вершины трещины представляется в виде [159]:

$$\{\psi_i(\mathbf{x})\}_{i=1}^4 = \left[ \sqrt{r} \sin \frac{\alpha}{2}, \sqrt{r} \cos \frac{\alpha}{2}, \sqrt{r} \sin \frac{\alpha}{2} \sin \alpha, \sqrt{r} \cos \frac{\alpha}{2} \sin \alpha \right],$$

где  $(r, \alpha)$  – локальные полярные координаты в вершине трещины,  $-\pi \leq \alpha \leq \pi$ .

Для расчета развития существующей трещины задаются характеристики трещиностойкости материала и производится вычисление действующей интенсивности напряжений в вершине трещины. КИН определяется по методу  $J$ -интеграла, позволяющему определять скорость высвобождения энергии деформации вблизи вершины трещины. Для двумерной трещины  $J$ -интеграл записывается в виде:

$$J = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Gamma} \mathbf{n} \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{q} \, d\Gamma,$$

где  $\Gamma$  – контур, охватывающий вершину трещины,  $\mathbf{n}$  – вектор внешней нормали к контуру,  $\mathbf{q}$  – вектор направления развития трещины. Функция  $\mathbf{H}$  представляется зависимостью:

$$\mathbf{H} = W \mathbf{I} - \boldsymbol{\sigma} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}},$$

$W$  – упругая энергия деформации,  $\mathbf{I}$  – единичный тензор,  $\boldsymbol{\sigma}$  – тензор напряжений Коши,  $\mathbf{u}$  – вектор перемещений.

Для изотропного гомогенного материала  $J$ -интеграл связан с коэффициентами интенсивности напряжений по трем модам следующим выражением:

$$J = \frac{1}{\bar{E}} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1}{2G} K_{III}^2$$

( $\bar{E} = E$  для плосконапряженного состояния,  $\bar{E} = \frac{E}{1-\nu^2}$  для плоскодеформированного состояния); а для чистого нормального раскрытия трещины по моде I выражение для  $J$ -интеграла выглядит еще проще:

$$J_I = K_I^2 \left( \frac{1-\nu^2}{E} \right).$$

После нахождения численными методами значения  $J$ -интеграла (Abaqus предлагает такую возможность) можно определить КИН в вершине трещины и получить облако точек для построения зависимости скорости прироста трещины от КИН и провести сравнение результатов КЭ расчета с данными натурных испытаний.

#### 4.3.2 Метод моделирования усталостного нагружения с помощью Direct Cyclic Approach

Традиционный подход к определению долговечности материала конструкции связан с построением кривых  $S-N$  (величина нагрузки к числу циклов до разрушения). Такой подход широко применяется при анализе различных изделий, но он не позволяет напрямую установить зависимость между размерами дефектов и числом циклов приложенной нагрузки. Другой метод прогнозирования долговечности материала опирается на характеристику развития дефекта под действием неупругих деформаций, при которых происходит стабилизация отклика конструкции по истечению множества циклов нагружения [65]. Поскольку прямое моделирование циклической нагрузки даже на простейшей конструкции обычно занимает неприемлемое время, численное моделирование процессов

сопротивления усталости проводят на основе малого интервала времени из общей истории нагружения конструкции, после чего отклик материала на усталостную нагрузку экстраполируют по эмпирическим зависимостям на весь интересующий период времени нагружения.

Метод прямого циклического нагружения (Direct Cyclic Approach) позволяет построить модель усталостного поведения конструкции, эффективную с точки зрения времени вычислений и потребных ресурсов. Метод использует разложение в ряд Фурье и интегрирование по времени нелинейного поведения материала для получения стабилизированного отклика конструкции в дискретных точках истории нагружения. Решение в каждой такой точке используется для прогнозирования усталостной деградации свойств материала на следующем шаге расчета, что позволяет оценивать скорость развития дефектов в материале. Циклическое нагружение приводит к накоплению в материале пластических деформаций, что в свою очередь способствует развитию существующих в материале дефектов. Развитие дефектов будет характеризоваться установившимся гистерезисом энергии деформаций при приложении циклической нагрузки (рисунок 4.9).

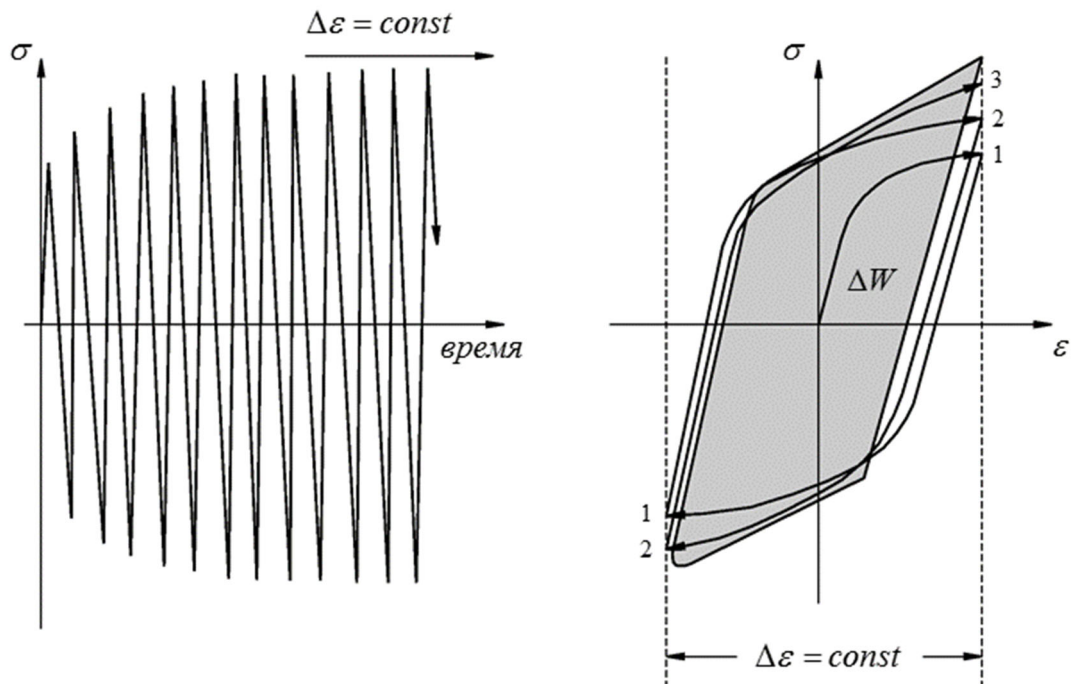


Рисунок 4.9 Накопление пластических деформаций при прямом циклическом нагружении

Характер развития дефекта будет определяться величиной накопленной за цикл энергией неупругой деформации  $\Delta w$ . Свойства материала и  $\Delta w$  используются для определения цикла  $N_0$ , на котором начнется рост дефекта.

В конце каждого стабилизированного цикла  $N$  нагрузки проводится проверка условия начала развития дефекта  $N > N_0$  для всех узловых точек рассматриваемого материала; деградация свойств не применяется до тех пор, пока заданное условие не выполнено.

Как только условие начала развития дефекта выполнено для какой-либо узловой точки материала к концу стабилизированного цикла  $N$ , производится экстраполяция переменной поврежденности материала  $D_N$  до следующего цикла нагрузки с заданным шагом  $\Delta N$ . Новое состояние материала будет описываться зависимостью:

$$D_{N+\Delta N} = D_N + \frac{\Delta N}{L} c_3 \Delta w^{c_4},$$

где  $L$  – характерная длина,  $c_3$  и  $c_4$  – константы материала, определяемые на основе экспериментальных данных.

Численная реализация описанного метода имеет ограничения в виде запрета на изменение условий контакта поверхностей в процессе расчета, кроме этого, модель имеет дело с малыми деформациями и перемещениями точек материала и не может дать корректного решения для задач, предполагающих наличие значительных пластических деформаций.

### 4.3.3 Результаты численного расчета ремонтного соединения

По результатам численного моделирования разрушения пластины из алюминиевого сплава 7075-T6 с краевой трещиной было проведено сравнение полученной зависимости роста дефекта от числа циклов приложенной нагрузки  $\Delta a(N)$  с известными экспериментальными данными [63] (рисунок 4.10).

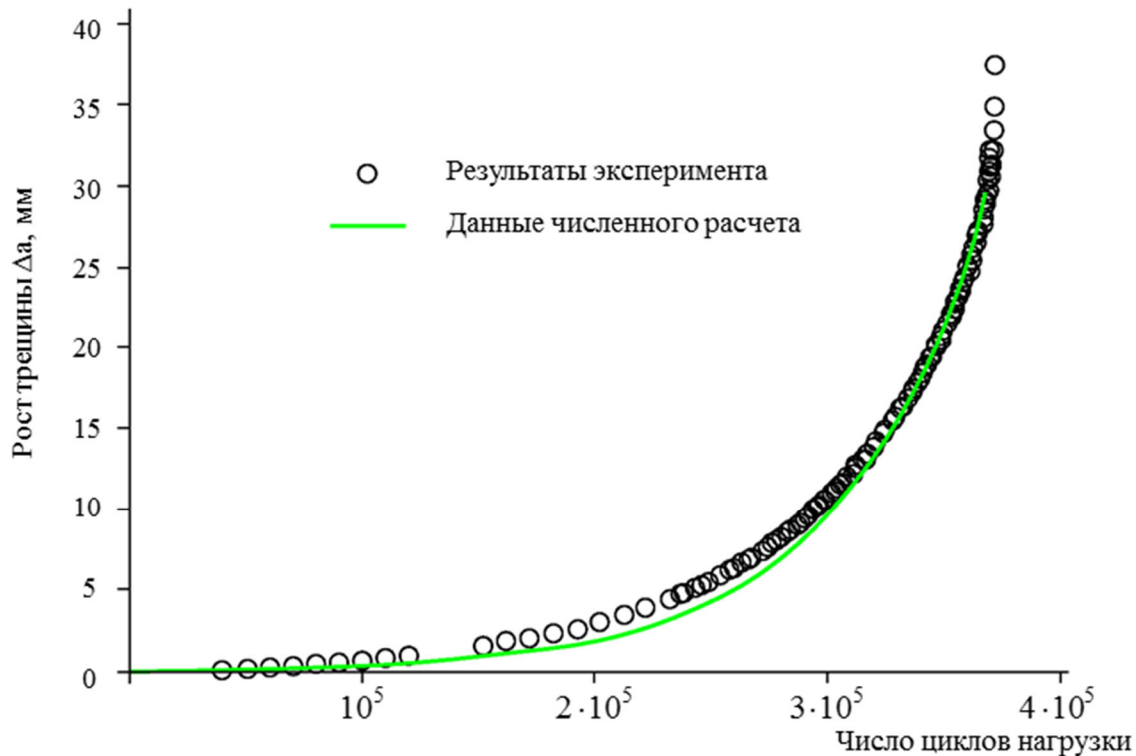


Рисунок 4.10 Сравнение результатов численного расчета разрушения пластины из сплава 7075-T6 с экспериментальными данными

Из графика на рисунке 4.10 видно, что при заданных параметрах численной модели наблюдается хорошее совпадение результатов расчета с данными натурных экспериментов, что позволяет использовать созданную КЭ модель для анализа развития дефекта при наличии установленной на пластину ремонтной заплаты.

Для моделирования клеевого ремонтного соединения исходная модель разрушения алюминиевой пластины была дополнена моделью композитной заплаты, установленной на место повреждения так, чтобы трещина располагалась в центре заплаты. Сравнение результатов расчета по созданной КЭ модели проводилось по данным, опубликованным в работе [96]. Для приведения модели в соответствие геометрия расчетной области была изменена. Размеры пластины, заплаты и трещины показаны на рисунке 4.11.

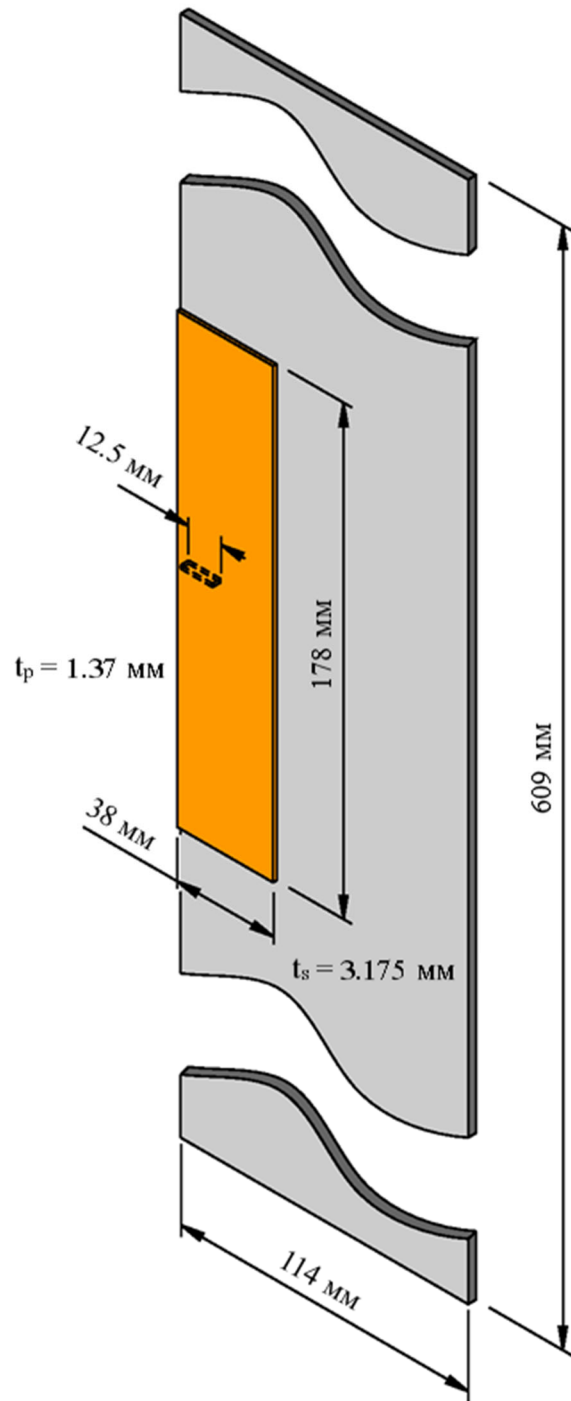


Рисунок 4.11 Геометрия расчетной области конечно-элементной модели.

Свойства материала боропластиковой заплата приведены в таблице 4.2.

Таблица 4.2 Характеристики одного слоя боропластика для КЭ расчета

Продольный модуль упругости, ГПа	193
Поперечный модуль упругости, ГПа	18.7
Коэффициент Пуассона	0.21
Модуль сдвига, ГПа	5.5
Толщина слоя, мм	0.137
Продольный коэффициент линейного температурного расширения, $1/^\circ\text{C}$	$4.3 \cdot 10^{-6}$
Поперечный коэффициент линейного температурного расширения, $1/^\circ\text{C}$	$21.4 \cdot 10^{-6}$

Пластина с установленной заплатой нагружалась циклическим растягивающим усилием с амплитудой 120 МПа и коэффициентом асимметрии цикла  $R = 0.1$ .

На рисунке 4.12 приведены результаты проведенного численного расчета в сравнении с результатами экспериментальных исследований [96].

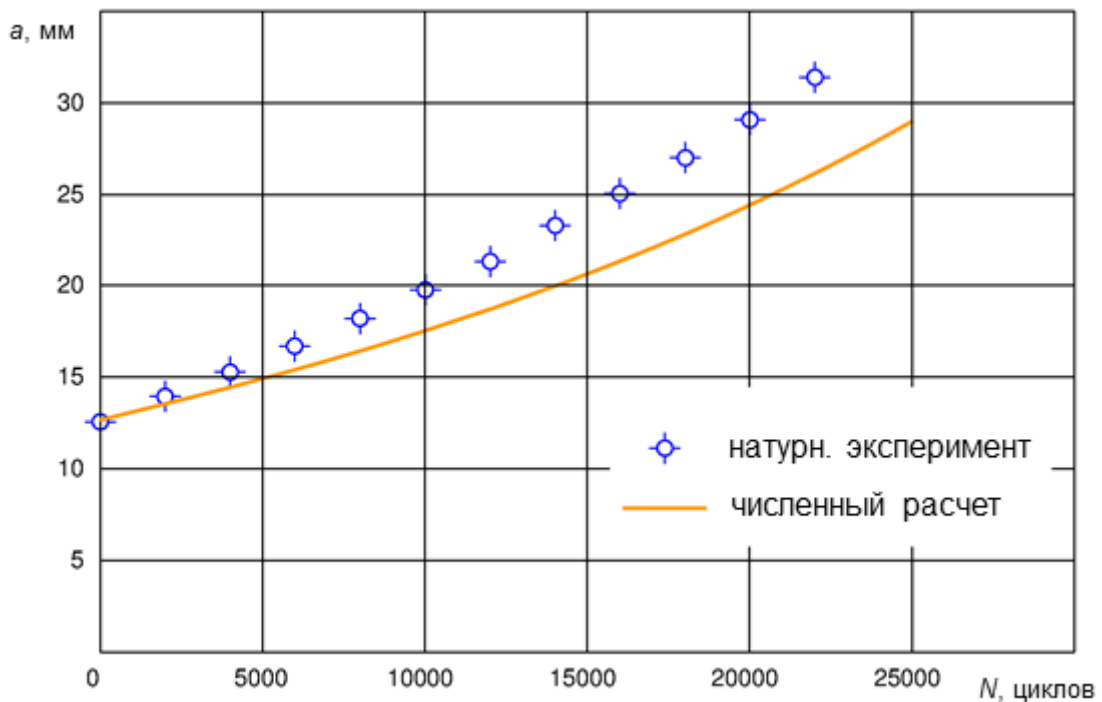


Рисунок 4.12 Сравнение результатов численного моделирования развития дефекта в алюминиевой пластине с установленной композитной заплатой с экспериментальными данными [96].

В таблице 4.3 приведена информация о значениях КИН (при максимальной и минимальной нагрузке в цикле) в вершине трещины, полученная по созданной КЭ модели для некоторых значений длины трещины и дается сравнение с КИН, приведенными в работе [96].

Таблица 4.3 Значения КИН в вершине трещины

$a$ , мм	Построенная КЭ модель (МПа $\sqrt{м}$ )		Данные [96] (МПа $\sqrt{м}$ )		$\Delta K_{\max}$ , %	$\Delta K_{\min}$ , %
	$K_{\max}$	$K_{\min}$	$K_{\max}$	$K_{\min}$		
12.5	16.448	2.871	15.745	2.653	4.27	7.59
16.51	18.369	3.147	17.619	2.916	4.08	7.34
21.59	19.719	3.342	18.937	3.104	3.96	7.12
26.67	20.727	3.491	19.921	3.244	3.89	7.08
31.75	21.517	3.606	20.685	3.351	3.87	7.07

Отмечается хорошее совпадение результатов КЭ расчета по построенной модели с опубликованными ранее результатами исследований, что дает возможность сделать вывод о корректной работе численной модели клеевого ремонта.

На рисунке 4.13 приводится сравнение результатов расчета по построенной численной модели клеевого ремонта с результатами вычислений по аналитической модели, алгоритм которой описан в разделе 4.1. В качестве материала заплат использован углепластик, свойства которого указаны в таблице 3.1. Вычисления по аналитической и численной модели выполнены с учетом деградации свойств материала заплат в соответствии с зависимостью (3.6). Свойства клеевого состава соответствуют свойствам клея на эпоксидной основе FM-73 и взяты из данных, опубликованных разработчиком клеевой композиции [102].

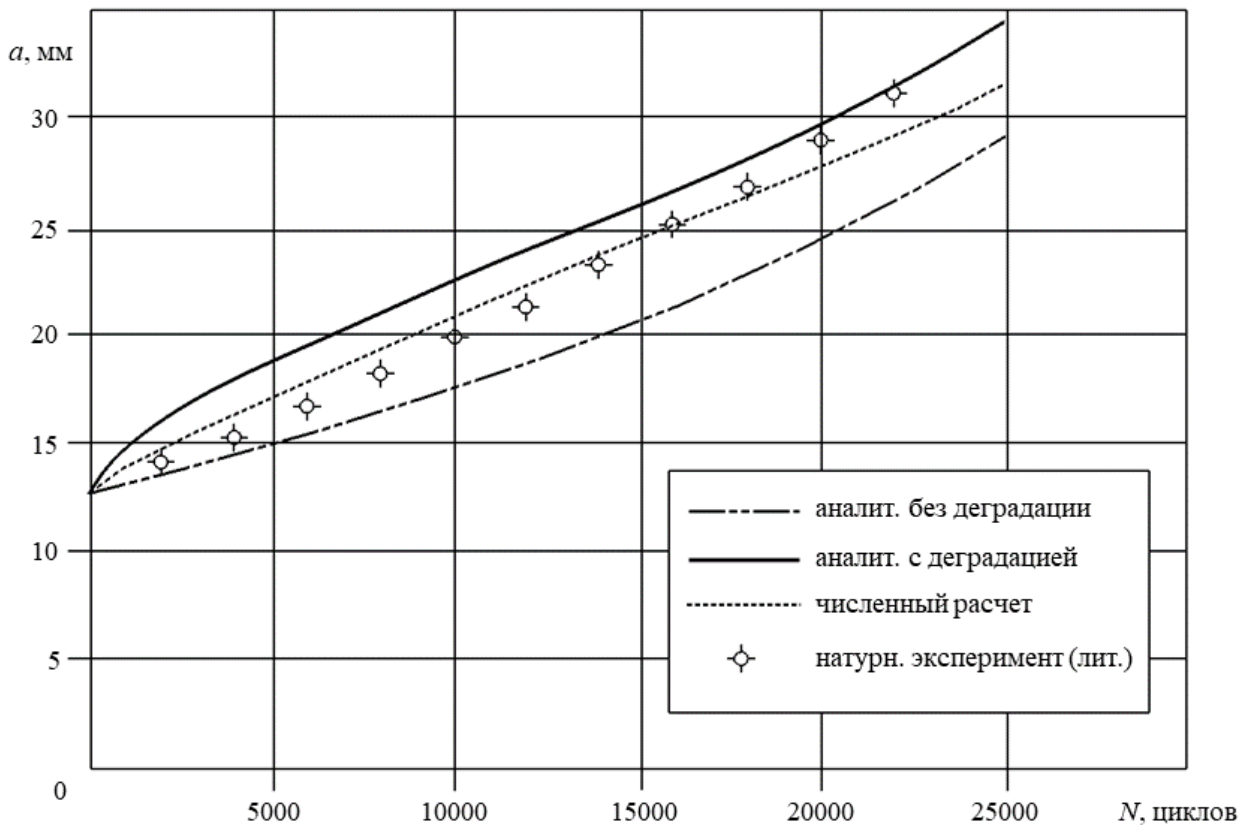


Рисунок 4.13 Сравнение результатов расчета по численной и аналитической моделям клевого ремонта.

Из приведенного графика следует, что аналитическое решение задачи клевого ремонта удовлетворительно соотносится с результатами численного расчета модели с теми же геометрическими и механическими параметрами. Расчет КИН  $K_{eq}$  по выражению (4.3) является оправданным, поскольку расчет по среднеквадратичному значению КИН приводит к недооценке скорости развития трещины в поврежденной алюминиевой пластине. Включение в аналитическую модель характеристики деградации модуля упругости материала заплаты видится целесообразным, т.к. позволяет учитывать в расчете изменение жесткости заплаты при циклической нагрузке, дает возможность корректно прогнозировать характер развития дефекта и приводит к небольшой (в пределах 10%) переоценке размера дефекта, что выгодно с точки зрения назначения периодичности инспекций осуществленного ремонта: осмотр места повреждения будет проведен раньше, чем длина трещины превысит установленное критическое значение.

#### 4.4 Результаты расчета качества клеевого ремонта

Проведение расчета клеевого ремонтного соединения по построенной аналитической модели позволяет на этапе разработки оценить качество выбранной ремонтной конфигурации и сузить круг поиска оптимальной конструкции «обшивка-клей-заплата». Для оценки качества клеевого ремонта необходимо в первую очередь определить значения:

- коэффициента интенсивности напряжений в вершине трещины, непосредственно влияющего на скорость развития дефекта в обшивке под заплатой;
- концентрации напряжений в обшивке в зоне у края ремонтной заплаты, т.к. от этого будет зависеть возможность возникновения и развития дефекта в обшивке, прилегающей к ремонтной заплате.

На рисунке 4.14 построены графики зависимости размера трещины от числа циклов нагрузки  $a = f(N)$  для обшивки, выполненной из алюминиевого сплава 7075-T6 толщиной 2.0 мм, и композитных заплат диаметром 100 мм с квазиизотропной укладкой, выполненных из угле-, стекло- и боропластика с эпоксидным связующим, а также из гибридного металл-полимерного материала GLARE 2-3/2-0.2 (0/0). Начальная длина трещины – 10 мм. Диапазон нагрузки:  $\sigma_{\max} = 0.4 \sigma_{B Al}$ ,  $\sigma_{\min} = 0.04 \sigma_{B Al}$ . Клеевым составом выбран клей Cytec FM-73, механические свойства взяты из официальных данных производителя клеевого состава [102]. Свойства материалов, использованных в расчете, приведены в таблице 4.4. Использованный в расчете стеклопластик, как материал с наименьшей жесткостью, не может обеспечить удовлетворительное качество ремонта, т.к. не сдерживает рост трещины. Единственным материалом из использованных в сравнении, остановившим рост дефекта, стал боропластик B(4)/5505.

Таблица 4.4. Свойства материалов заплата

	$E_x$ , ГПа	$E_y$ , ГПа	$G_{xy}$ , ГПа	$\alpha_x$ , 1/°C	$\alpha_y$ , 1/°C	$t$ , мм
Углепластик Т300/934	74	74	19.89	$1.335 \cdot 10^{-6}$	$24.068 \cdot 10^{-6}$	1.58
Стеклопластик S-glass/ Ероху	43	8,9	5.89	$11.232 \cdot 10^{-6}$	$11.232 \cdot 10^{-6}$	1.95
Боропластик В(4)/5505	204	18.5	5.59	$10.28 \cdot 10^{-6}$	$10.28 \cdot 10^{-6}$	1.04
GLARE 2-3/2-0.2	68.9	53.8	15.2	$16.38 \cdot 10^{-6}$	$24.48 \cdot 10^{-6}$	1.10
<i>Лист 7075-Т6 (справ.)</i>	73.1		28.0	$23.2 \cdot 10^{-6}$		2.0

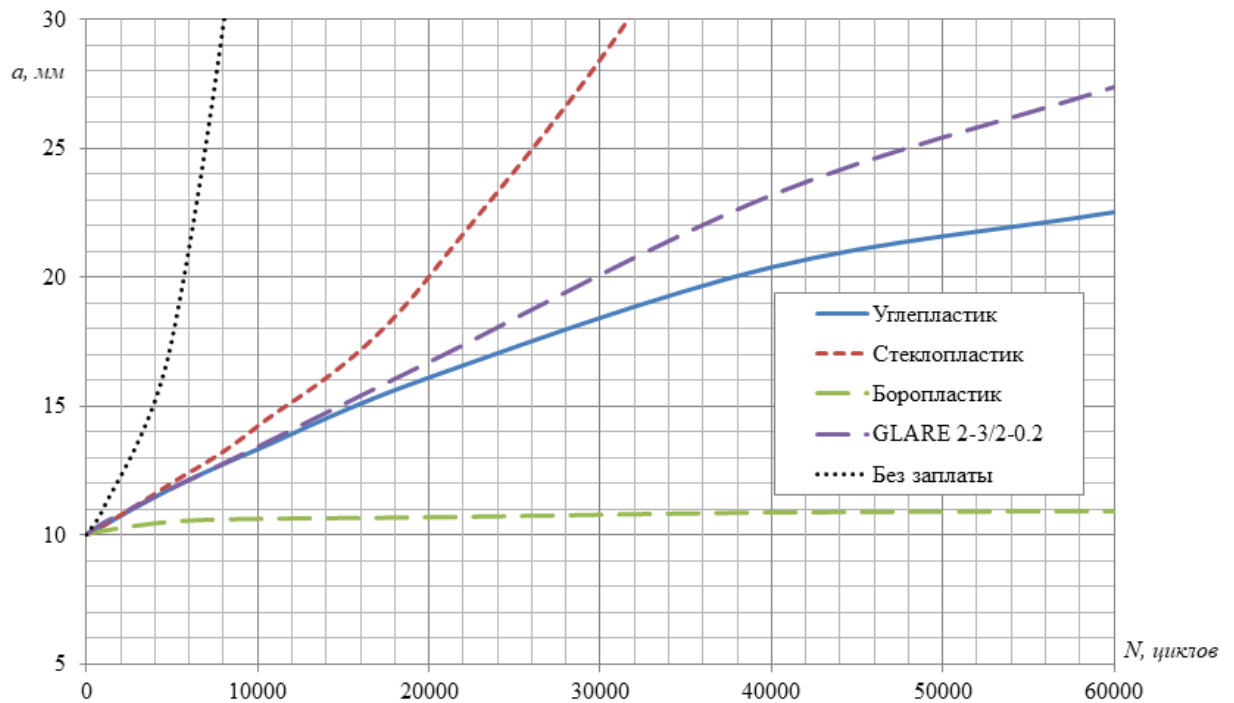


Рисунок 4.14 Сравнение качества ремонта для разных материалов заплата

При условии применения в качестве материала заплата углепластика ЕСС 450/ СНS Ероху 520, усталостные исследования которого описаны в разделе 3, характер развития дефекта будет существенно зависеть от температуры работы ремонтного соединения (рисунок 4.15).

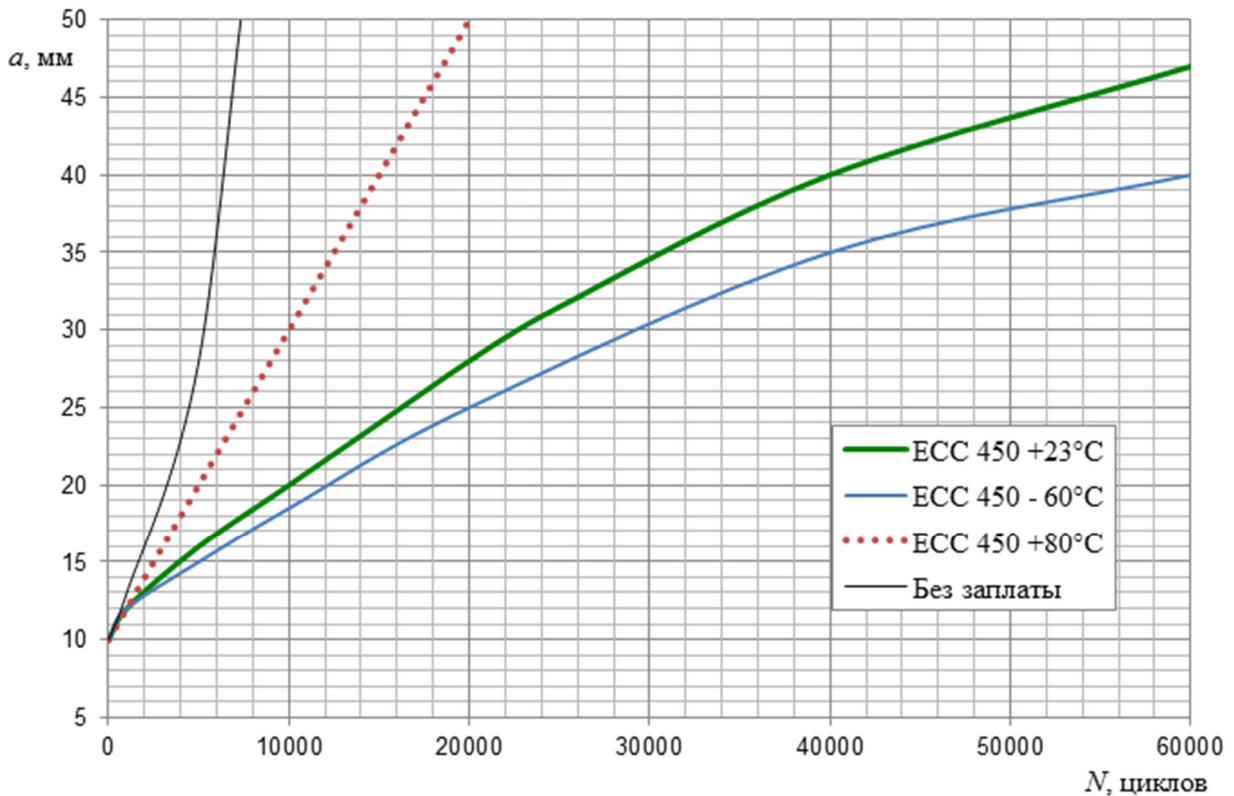


Рисунок 4.15 Сравнение качества ремонта для углепластика ECC 450/ CHS Ероху 520 при разных температурах

Очевидно, что при температуре +80°C ремонтная заплата практически не препятствует развитию дефекта в материале обшивки; данный материал не может применяться в качестве ремонтного для конструкций, несущих свою основную нагрузку при повышенных температурах. Отметим, что характер поведения зависимости  $a = f(N)$  существенно изменился: наблюдается интенсивный рост трещины на начальном этапе нагружения, чего нельзя отметить из анализа графиков на рисунке 4.14. Таким образом, деградация упругих свойств материала будет являться существенным фактором, влияющим на развитие дефекта в материале обшивки и сказывающимся на прогнозе требуемых интервалов инспекции места проведенного ремонта.

На рисунке 4.16 показано изменение коэффициента концентрации напряжений  $K_t$  в обшивке в зоне на краю ремонтной заплата в зависимости от

коэффициента редукции  $S$  ( $S = \frac{E'_{p,t_P}}{E'_{s,t_S}}, E'_{s,p} = \frac{E_{s,p}}{1-\nu_{s,p}^2}$ ) составного сечения «обшивка-заплата» при разных значениях соотношения сторон  $B/A$  эллиптической заплата.

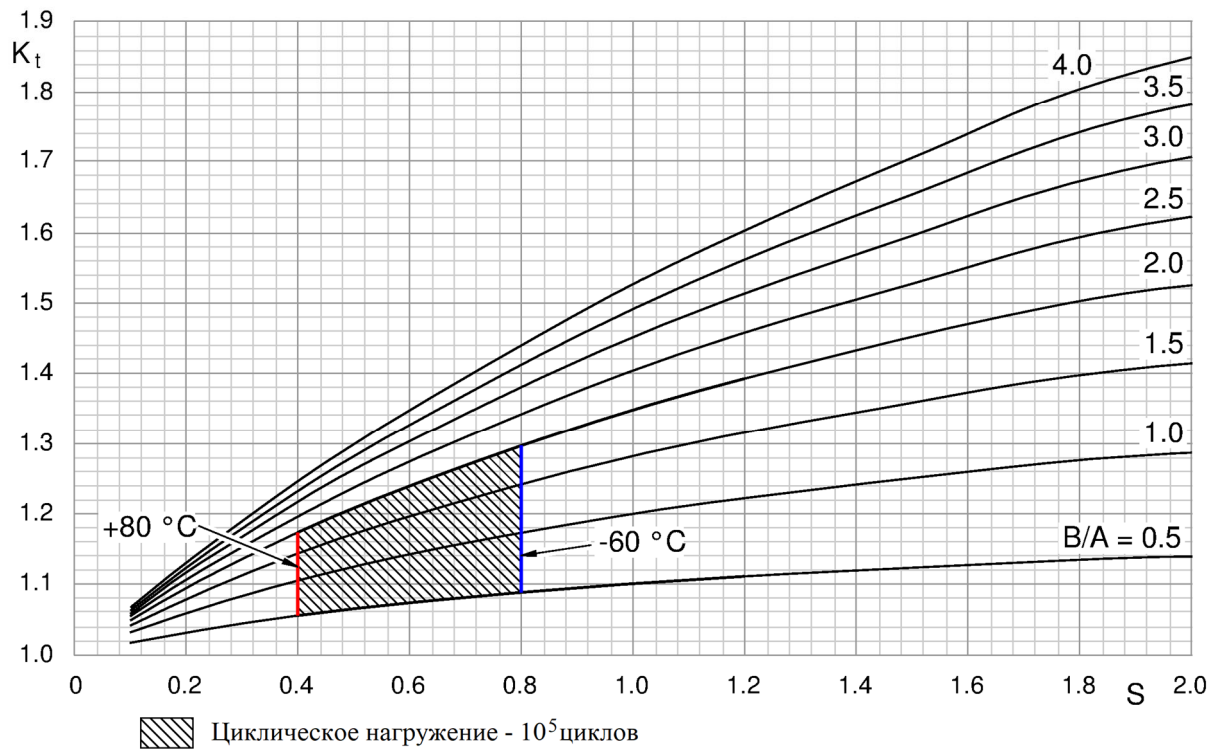
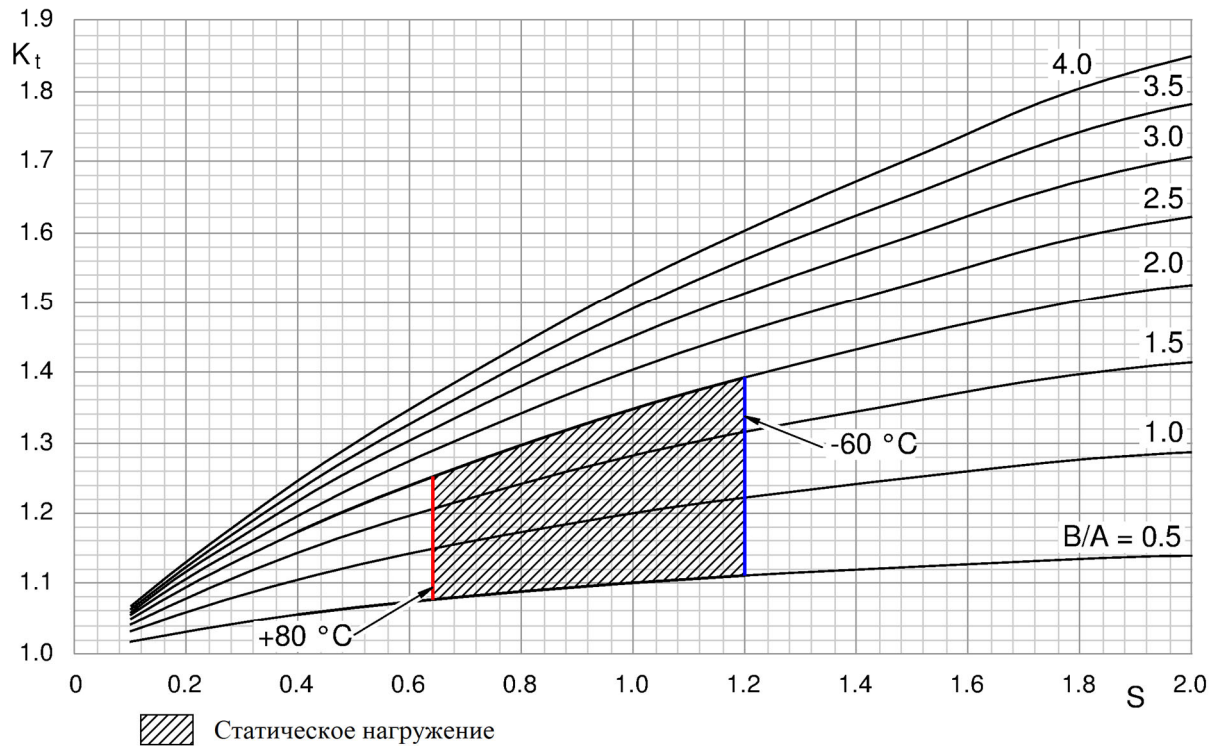


Рисунок 4.16 Концентрация напряжений в обшивке в зоне у края ремонтной заплата

Как и следовало ожидать, при увеличении жесткости заплаты и при уменьшении радиуса скругления в направлении главной оси эллипса заплаты концентрация напряжений в обшивке существенно возрастает, что приводит к снижению общего качества ремонтной конфигурации из-за появления дополнительной области критических напряжений, требующей проверочного расчета на прочность. При рассмотрении геометрии заплат в диапазоне  $0.5 < \frac{B}{A} < 2$ , использование значения жесткости материала заплаты, установившегося в процессе деградации под циклической нагрузкой, ведет к недооценке концентрации напряжений в обшивке на краю заплаты на 16-24% на начальном этапе работы ремонтной заплаты.

#### **4.5 Выводы по разделу 4**

В разделе приведен общий алгоритм проектировочного расчета клеевого ремонтного соединения, построенный на основе вычислительных моделей, описанных в разделе 2, и использующий данные натурального эксперимента раздела 3. По построенному алгоритму проведена серия вычислений для разных температур и разных материалов ремонтной заплаты. Даны общие рекомендации для подбора параметров и настройки расчета. Для верификации проектировочного расчета проведено сравнение результатов вычислений с данными аналогичного натурального эксперимента и с данными конечно-элементного моделирования. Отмечается удовлетворительное совпадение результатов расчета, данных эксперимента и результатов моделирования. Неточность проектировочного расчета приводит к переоценке скорости развития дефекта в ремонтируемой конструкции, что позволяет установить безопасные (более частые) интервалы инспекций отремонтированной конструкции.

## Заключение

В диссертационной работе решена научная проблема создания метода аналитического расчета клеевых соединений для металлических авиационных конструкций. Для решения данной проблемы автором выполнены следующие исследования.

1. На основе проведенного анализа существующих технологий клеевых ремонтов сделано заключение о принципиальной реализуемости процедур установки ремонтных заплат на поврежденные металлические конструкции планера современного воздушного судна, находящегося в коммерческой эксплуатации. На современном этапе развития конструкционных и ремонтных материалов и технологий возможно провести ремонтные операции с применением клеевых составов в соответствии с утвержденной документацией к воздушному судну силами технического персонала со средним уровнем квалификации в условиях конструктивно-технологических и климатических ограничений.

2. Проведена серия экспериментальных исследований усталостной деградации механических свойств композиционного материала (углепластик ЕСС 450/СНС Ероху 520).

3. Построена модель изменения упругих свойств углепластика ЕСС 450/СНС Ероху 520 под действием циклической нагрузки и при различных значениях температуры окружающей среды.

4. Проведена оценка влияния параметров деградации упругих свойств материала ремонтной заплаты на качество проведенного клеевого ремонта.

5. Разработана методика аналитического расчета клеевых ремонтных соединений, позволяющая проводить предварительную оценку качества решений по установке клеевых ремонтных заплат на поврежденные металлические конструкции планера летательного аппарата.

6. Предложена методология ускоренного конечно-элементного расчета клеевого ремонтного соединения под действием циклического нагружения.

7. На основании сравнения результатов расчета по аналитической модели клеевого ремонтного соединения с результатами численного конечно-элементного расчета сделан вывод о достоверности и корректности предлагаемой методики расчета.

Полученные результаты позволяют использовать предлагаемую методику при расчете и анализе ограничений применимости клеевых ремонтов, предлагаемых к установке, в организациях, занимающихся проектированием и производством воздушных судов гражданского назначения, а также осуществляющих их коммерческую эксплуатацию.

## Список сокращений и условных обозначений

АТ – авиационная техника

ВС – воздушное судно

КИН – коэффициент интенсивности напряжений

КЛТР – коэффициент линейного температурного расширения

КЭ – конечно-элементный

ЛА – летательный аппарат

НДС – напряженно-деформированное состояние

НК – неразрушающий контроль

ПКМ – полимерный композиционный материал

ТО – техническое обслуживание

УФ – ультрафиолет (излучение)

EASA – European Aviation Safety Agency

FAA – Federal Aviation Administration (США)

RTM – resin transfer molding

XFEM – extended finite element method

## Список литературы

1. Аниховская, Л. И. Высокоэластичный конструкционный пленочный клей ВК-50 [Текст] / Л. И. Аниховская, Д. В. Батизат, А. П. Петрова // Клеи. Герметики. Технологии. – 2016. – №3. – С. 16-20.
2. Артюхин, Ю. П. Модифицированная теория Голанда-Рейсснера склеенных пластин [Текст] / Ю. П. Артюхин // Исследования по теории пластин и оболочек. – 1975. – Вып. 11. – С. 136-148.
3. Артюхин, Ю. П. Напряжения в клеевых соединениях [Текст] / Ю. П. Артюхин // Исследования по теории пластин и оболочек. – 1973. – С. 23-28.
4. Блазнов, А. Н. Усталостная прочность базальто- и стеклопластиков при продольном изгибе и растяжении [Текст] / А. Н. Блазнов, В. Ф. Савин, Е. А. Портнов, В. В. Самойленко, В. В. Фирсов // Ползуновский Вестник. – 2015. – №3. – С. 4-7.
5. Бобрышев, А. Н. Анализ долговечности полимерных композитов с позиций кинетической концепции разрушения [Текст] / А. Н. Бобрышев, Э. Р. Галимов, А. В. Лахно, П. В. Воронов, И. А. Абдуллин // Вестник казанского технологического университета. – 2015. – Т. 18. – № 14. – С. 23-26.
6. Бутушин, С. В. Обеспечение летной годности воздушных судов гражданской авиации по условиям прочности: учебник [Текст] / С. В. Бутушин, В. В. Никонов, Ю. М. Фейгенбаум, В. С. Шапкин – М.: МГТУ ГА, 2013. – 772 с.
7. Валишин, А. А. Прочность и долговечность полимеров и композитов в переменных температурно-силовых внешних условиях [Текст] / А. А. Валишин, Т. С. Степанова, Э. М. Карташов // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2008. – Т. 14. – № 4. – С. 547-560.
8. Васильев, В. В. Механика конструкций из композиционных материалов [Текст] / В. В. Васильев. - ред. кол.: Н. Н. Малинин (пред.) и др. – М. Машиностроение. 1988. – 272 с.

9. Виленц, В. С. Ремонт клеевых соединений в условиях эксплуатации [Текст] / В. С. Виленц // Клеи. Герметики. Технологии. – 2004. – №6. – С. 26-29.
10. Воробей, В. В., Соединения элементов конструкций из композиционных материалов [Текст] / В. В. Воробей, О. С. Сироткин. – Л.: Машиностроение, 1985. – 168 с.
11. Гольдштейн, Р. В. Интегральные уравнения задачи об упругом включении. Полное аналитическое решение задачи об эллиптическом включении [Текст] / Р. В. Гольдштейн, Е. И. Шифрин // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2004. – № 1.
12. Дементьева, Л. А. Высокопрочные пленочные клеи ВК-51 и ВК-51А [Текст] / Л. А. Дементьева, Л. И. Бочарова, Н. Ф. Лукина, А. П. Петрова // Клеи. Герметики. Технологии. – 2015. – №4. – С. 17-19.
13. Дудченко, А. А. Расчет напряженно-деформированного состояния элементов авиационных, ракетных и машиностроительных конструкций из композиционных материалов [Текст] / А. А. Дудченко – М.: Федеративная информационная система. 2013. – 231 с.
14. Еремин, А. В. Разработка акустико-оптического метода контроля состояния композиционных материалов при циклических испытаниях [Текст] / А. В. Еремин, А. В. Бяков, П. С. Любутин, С. В. Панин // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2016. – Т. 59. – № 7-2. – С. 49-54.
15. Ефимов, В. В. Конструкция и прочность самолета. Основы проектирования и обеспечение эксплуатационно-технических характеристик конструкций летательных аппаратов: учебное пособие [Текст] / В. В. Ефимов, К. О. Чернигин, Г. Н. Бабенко. – М.: ИД Академии Жуковского, 2020. – 76 с.
16. Жадова, Н. С. Самоклеящиеся материалы для временного оперативного ремонта внешней поверхности изделий авиационной техники [Текст] / Н. С. Жадова, Н. Ф. Лукина, Т. Ю. Тюменева // Клеи. Герметики. Технологии. – 2012. – №6. – С. 2-4.

17. Каблов, Е. Н. Алюминий-литиевые сплавы нового поколения и слоистые алюмокомпозиты на их основе [Текст] / Е. Н. Каблов, В. В. Антипов, Ю. Ю. Ключкова // Цветные металлы. – 2016. – №8. – С. 86-91.

18. Каблов, Е. Н. Климатическое старение композиционных материалов авиационного назначения. I. Механизмы старения [Текст] / Е. Н. Каблов, О. В. Старцев, А. С. Кротов, В. Н. Кириллов // Деформация и разрушение материалов. – 2010. – № 11. – С. 19-27.

19. Каблов, Е. Н. Климатическое старение композиционных материалов авиационного назначения. II. Релаксация исходной структурной неравновесности и градиент свойств по толщине [Текст] / Е. Н. Каблов, О. В. Старцев, А. С. Кротов, В. Н. Кириллов // Деформация и разрушение материалов. – 2010. – № 12. – С. 40-46.

20. Каблов, Е. Н. Климатическое старение композиционных материалов авиационного назначения. III. Значимые факторы старения [Текст] / Е. Н. Каблов, О. В. Старцев, А. С. Кротов, В. Н. Кириллов // Деформация и разрушение материалов. – 2011. – № 1. – С.34-40.

21. Каблов, Е. Н. Слоистые алюмокомпозиты СИАЛ-1441 и сотрудничество с Airbus и TU Delft / Е. Н. Каблов, В. В. Антипов, О. Г. Сенаторова // Цветные металлы. – 2013. – №9. – С. 50-53.

22. Касумов, Е. В. О возможности оценки усталостных характеристик конструкции на ранних стадиях проекторочного расчета [Текст] / Е. В. Касумов // Известия вузов. Авиационная техника. – 2014. – №1. – С. 24-29.

23. Конструкционные слоистые материалы СИАЛ, ВИАМ/2012-205996 [Электронный ресурс] – режим доступа: <https://viam.ru/sites/default/files/scipub/2012/2012-205996.pdf> (дата обращения 28.08.2018)

24. Костин, В. А. Идентификация характеристик упругости композиционного торсиона несущего винта вертолета для диапазона эксплуатационных температурных условий [Текст] / В. А. Костин, С. А. Михайлов,

Е. И. Николаев, А. И. Герасимов // Известия вузов. Авиационная техника. – 2011. – №3. – С. 9-12.

25. Куликов, В. В. Исследование процесса отверждения эпоксидного клея ВК-27 на поверхности фенольно-каучукового клеевого подслоя ВК-25 [Текст] / В. В. Куликов, В. М. Алексашин, Н. В. Антюфеева, А. П. Петрова, И. А. Шарова // Клеи. Герметики. Технологии. – 2017. – №4. – С. 2-5.

26. Куликов, В. В. Подготовка поверхности алюминиевых сплавов при проведении ремонта авиационной техники с применением клеев [Текст] / В. В. Куликов, Т. Г. Павловская, А. П. Петрова, К. Е. Захаров // Ремонт. Восстановление. Модернизация. – 2016. – №2. – С. 14-17.

27. Куликов, В. В. Применение клеев при ремонте авиационной техники. (Обзор литературы) [Текст] / В. В. Куликов, А. П. Петрова // Ремонт. Восстановление. Модернизация. – 2017. – №2. – С. 21-27.

28. Кутьинов, В. Ф. Расчет клеевых соединений [Текст] / В. Ф. Кутьинов // Проектирование, расчет и испытания конструкций из композиционных материалов. Руководящие технические материалы. М.: ЦАГИ. – 1979. – Вып. 7. – С. 14-31.

29. Луат, Д. Ч. Моделирование деградации свойств композита при растрескивании и расслоении при статическом и циклическом нагружении / Д. Ч. Луат, С. А. Лурье, А. А. Дудченко // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2008. – Т. 14. – № 4. – С. 623-637.

30. Лукина, Н. Ф. Клеевые связующие для слоистых алюмополимерных композиционных материалов [Текст] / Н. Ф. Лукина, Е. В. Котова, Л. В. Чурсова, Т. А. Кириенко // Клеи. Герметики. Технологии. – 2016. – №4. – С. 15-19.

31. Львовский, Е. Н. Статистические методы построения эмпирических формул [Текст]: Учеб. пособие для вузов. / Е. Н. Львовский – М.: Высшая школа. 1988. – 239 с.

32. Махутов, Н. А. Расчетно-экспериментальное определение сопротивления усталости углепластиков и элементов конструкций из них [Текст] /

Н. А. Махутов, А. М. Думанский, В. Б. Стрекалов // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2006. – Т. 72. – №6. – С. 41-47.

33. Михайлов, С. А. Влияние климатических условий эксплуатации вертолета на физико-механические свойства композиционных материалов [Текст] / С. А. Михайлов, А. М. Гирфанов, А. Б. Бочкарева, А. С. Фалько // Известия вузов. Авиационная техника. – 2007. – №4. – С. 11-14.

34. Михайлов, С. А. Зависимость нагружения несущей системы вертолета от температурных изменений свойств композиционных материалов [Текст] / С. А. Михайлов, А. М. Гирфанов, А. Б. Бочкарева, А. С. Фалько // Известия вузов. Авиационная техника. – 2008. – №1. – С. 13-16.

35. Мозговой, Н. И. Разработка программно-аппаратного комплекса для контроля внутренних дефектов и остаточного ресурса инженерных конструкций и изделий из стеклопластика [Текст] / Н. И. Мозговой, Я. Г. Мозговая // Обработка металлов (технология, оборудование, инструменты). – 2016. – № 4 (73). – С. 6-15.

36. Назаров, С. А. Теорема Эшелби и задача об оптимальной заплате [Текст] / С. А. Назаров // Алгебра и анализ. – 2009. – Т. 21. – №5. – С. 155-195.

37. Нестеренко, Б. Г. Развитие нормативных требований к усталости и живучести гражданских транспортных самолетов [Текст] / Б. Г. Нестеренко // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2010. – №6. – С. 117-126.

38. Нестеренко, Б. Г. Эксплуатационная живучесть гражданских самолетов [Текст] / Б. Г. Нестеренко // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2011. – №2. – С. 100-116.

39. Нестеренко, Б. Г. Трещиностойкость материалов обшивки конструкций гражданских самолетов [Текст] / Б. Г. Нестеренко // Научный вестник МГТУ ГА. – 2010. – №153. – С. 7-14.

40. Петрова, А. П. Клеевые материалы, используемые в ремонтно-восстановительных работах [Текст] / А. П. Петрова, В. В. Куликов // Ремонт. Восстановление. Модернизация. – 2009. – №9. – С. 5-14.

41. Петрова, А. П. Пленочные конструкционные клеи [Текст] / А. П. Петрова, Н. Ф. Лукина, Л. А. Дементьева, Л. И. Аниховская // Клеи. Герметики. Технологии. – 2014. – №10. – С. 7-12.
42. Петрова, А. П. Работоспособность клеевых соединений при одновременном воздействии нагрузок и климатических факторов [Текст] / А. П. Петрова, Н.Ф. Дементьева, Н. Ф. Лукина // Клеи. Герметики. Технологии. – 2015. – №1. – С. 6-9.
43. Петрова, А. П. Свойства клеев и материалов на их основе в условиях Арктики [Текст] / А. П. Петрова // Клеи. Герметики. Технологии. – 2017. – №2. – С. 38-47.
44. Петрова, А. П. Свойства клеевых материалов, используемых в ремонтно-восстановительных работах [Текст] / А. П. Петрова, В. В. Куликов // Клеи. Герметики. Технологии. – 2008. – №8. – С. 2-12.
45. Семин, М. И. Проектирование клеевых соединений [Текст]: Учеб. пособие для заоч. курсов повышения квалификации инженеров-конструкторов в машиностроении. / М. И. Семин. – М.: Машиностроение, 1982. – 28 с.
46. Семин, М. И. Расчеты соединений элементов конструкций из композиционных материалов на прочность и долговечность [Текст] / Семин М. И., Стреляев Д.В. – М.: ЛАТМЭС, 1996. – 287 с.
47. Сенаторова, О. Г. Высокопрочные трещиностойкие легкие слоистые алюмокомпозиты класса СИАЛ - перспективный материал для авиационных конструкций [Текст] / О. Г. Сенаторова, В. В. Антипов, Н. Ф. Лукина, В. В. Сидельников и др. // Технология легких сплавов. – 2009. – №2. – С. 28-31.
48. Смирнов, Н. Н. Сохранение летной годности воздушных судов: учебное пособие [Текст] / Н.Н. Смирнов, Ю.М. Чинючин, С.П. Тарасов – М.: МГТУ ГА, 2005.
49. Степанова, Л. Н. Исследование неупругих свойств углепластика при циклических испытаниях образцов с использованием методов акустической эмиссии и тензометрии [Текст] / Л. Н. Степанова, М. Г. Петров, В. В. Чернова, В.

Л. Кожемякин, С. А. Катарушкин // Деформация и разрушение материалов. – 2016. – №5. – С 37-41.

50. Степнов, М. Н. Характеристики сопротивления усталости. Расчетные методы оценки [Текст] / М. Н. Степнов, С. Л. Чернышев, И. Е. Ковалев, А. В. Зимин // Технология машиностроения. – 2010. – С. 196-250.

51. Стрижиус, В. Е. Методика расчетов на усталость элементов авиационных конструкций с использованием рейтингов усталости [Текст] / В. Е. Стрижиус // Научный вестник МГТУ ГА. – 2008. – №130. – С. 47-59.

52. Тимошенко, С. П. Теория упругости [Текст] / С. П. Тимошенко, Дж. Гудьер. – М.: Наука, 1975. – 576 с.

53. ТР 1.2.1683-2000 Применение клеев и композиционных материалов клеевых для ремонта изделий авиакосмической техники. Технологическая рекомендация [Текст] – М.: Федеральная служба воздушного транспорта РФ, 2000.

54. ТР 1.4.1831-98 Ремонт сотовых клееных конструкций из алюминиевых сплавов и полимерных композиционных материалов в условиях авиаремонтных предприятий и эксплуатирующих организаций. Технологическая рекомендация [Текст] – М.: Федеральная служба воздушного транспорта РФ, 1998.

55. Трикоми, Ф. Интегральные уравнения [Текст] / Ф. Трикоми. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1960. – 299 с.

56. Турусов, Р. А. Адгезионная механика [Текст] / Р. А. Турусов – М.: НИУ МГСУ, 2016. – 228 с.

57. Турусов, Р. А. Метод контактного слоя в адгезионной механике [Текст] / Р. А. Турусов, Л. И. Маневич // Клеи. Герметики. Технологии. – 2009. – №6. – С. 2-10.

58. Фрейдин, А. С. Свойства и расчет адгезионных соединений [Текст] / А. С. Фрейдин, Р. А. Турусов – М.: Химия, 1990. – 254 с.

59. Хватан, А. М. Расчет клеевого соединения с учетом пластичности клея [Текст] / А. М. Хватан // Ученые записки ЦАГИ. – 1979. – Т.Х. – №4. – С. 140-143.

60. Царахов, Ю. С. Конструирование соединений элементов ЛА из композиционных материалов [Текст] / Ю. С. Царахов. – М.: МФТИ, 1980. – 81 с.

61. Шарова, И. А. Влияние подслоя фенольно-каучуковых клеев на свойства эпоксидного клея холодного отверждения ВК-27 и его модификаций при проведении ремонта авиационной техники [Текст] / И. А. Шарова, В. В. Куликов, А. П. Петрова, О. А. Шуклина // Клеи. Герметики. Технологии. – 2016. – №10. – С. 18-21.
62. Швечков, Е. И. Анализ напряженно-деформированного состояния клеевого соединения [Текст] / Е. И. Швечков, А. Б. Кудряшов, А. М. Хватан // Проблемы прочности. – 1985. – №9. – С. 88-92.
63. 7075-T6 and 2024-T351 Aluminum Alloy Fatigue Crack Growth Rate Data. NASA report TM-2005-213907. – 2005.
64. Abanilla M.A., Li Y., Karbhari V.M. Durability characterization of wet layup graphite/epoxy composites used in external strengthening // Composites: Part B. – 2006. – vol. 37. – pp. 200-212.
65. Abaqus/CAE 6.10 User's Manual. Dassault Systèmes, 2010.
66. Adam T. , Fernando G. , Dickson R.F., Reiter H. , Harris B. Fatigue life prediction for hybrid composites // Journal of Fatigue. – 1989. – vol. 11(4). – pp. 233-237.
67. Aggelopoulos E.S. , Righiniotis T.D. , Chryssanthopoulos M.K. Composite patch repair of steel plates with fatigue cracks growing in the thickness direction // Composite Structures. – 2014. – vol. 108. – pp. 729-735.
68. Al-Assaf Y., El Kadi H. Fatigue life prediction of unidirectional glass fiber/epoxy composite laminae using neural networks // Composite Structures. – 2001. – vol. 53(1). – pp. 65-71.
69. Alexander C., Ochoa O.O. Extending onshore pipeline repair to offshore steel risers with carbon-fiber reinforced composites // Composite Structures. – 2010. – vol. 92. – pp. 499-507.
70. Baker A.A. A proposed approach for certification of bonded composite repairs to flight-critical airframe structure // Applied Composite Materials. – 2011. – vol. 18. – pp. 337-369.

71. Baker A.A. Bonded composite repair of fatigue-cracked primary aircraft structure // *Composite Structures*. – 1999. – vol. 47. – pp. 431-443.
72. Baker A.A. Crack patching: experimental studies, practical applications. / A.A. Baker, R. Jones, *Bonded Repair of Aircraft Structures*. – Martinus Nijhoff. 1988. – pp. 107-173.
73. Baker A.A. Fatigue life recovery in corroded aluminium alloys using bonded composite reinforcements // *Applied Composite Materials*. – 2006. – vol. 13. – pp. 127-146 .
74. Baker A.A. Repair of metallic airframe components using fibre-reinforced polymer (FRP) composites. / Vistasp M. Karbhari (editor). *Rehabilitation of Metallic Civil Infrastructure Using Fiber Reinforced Polymer (FRP) Composites*. – Woodhead Publishing Limited. 2014. – pp. 11-59.
75. Baker A.A., Bitton D. and Wang J. Development of a proof test for through-life of bond integrity in adhesively bonded repairs to aircraft structure // *International Journal of Adhesion and Adhesives*. – 2012. – vol. 36. – pp. 65-76.
76. Baker A.A., Rajic N. and Davis C. Towards a practical health monitoring system for patched cracks in aircraft structure // *Composites Part A*. – 2009. – vol. 40A. – pp. 1340-1352.
77. Baker A.A., Rose L.R.F., Jones R. *Advances in the Bonded Composite Repairs of Metallic Aircraft Structure*. – Elsevier Ltd. 2002. – 1122 p.
78. Barkoula N.-M. ,Papanicolaou G.C. , Karger-Kocsis J. Prediction of the residual tensile strengths of carbon-fiber/epoxy laminates with and without interleaves after solid particle erosion // *Composites Science and Technology*. – 2002. – vol. 62. – pp. 121-130.
79. Bathias C. An engineering point of view about fatigue of polymer matrix composite materials // *International Journal of Fatigue*. – 2006. – vol. 28. – pp. 1094-1099.
80. Belytschko T., Black T. Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing // *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. – 1999. – vol. 45. – No. 5. – pp. 601-620.

81. Beom H.G. Analysis of a plate containing an elliptic inclusion with eigencurvatures // *Archive of Applied Mechanics*. – 1998. – vol. 68. – pp. 422-432.
82. Beom, H. G. and Earmme, Y. Y. The elastic field of an elliptic cylindrical inclusion in a laminate with multiple isotropic layers // *Journal of Applied Mechanics*. – 1999. – vol. 66. – pp. 165-171.
83. Borri A., Corradi M., Grazini A. A method for flexural reinforcement of old wood beams with CFRP materials // *Composites: Part B*. – 2005. – vol. 36. – pp. 143-153.
84. Chiachío M., Chiachío J., Rus G., Beck J. L. Predicting fatigue damage in composites: A Bayesian framework // *Structural Safety*. – 2014. – vol. 51. – pp. 57-68.
85. Colombi P., Poggi P. An experimental, analytical and numerical study of the static behavior of steel beams reinforced by pultruded CFRP strips // *Composites: Part B*. – 2006. – vol. 37. – pp. 64-73.
86. Composite Repairs of Cracked Metallic Airframe Structures. Technical Report DOT/FAA/CT-92/32. 1993.
87. Cooper T., Smiley J., Porter C., Precourt C. Global Fleet & MRO Market Forecast Summary 2017-2027. [Электронный ресурс] – режим доступа: <http://www.oliverwyman.com/our-expertise/insights/2017/feb/2017-2027-fleet-mro-forecast.html> (дата обращения 09.02.2018).
88. Daggumati S., De Baere I., Van Paepegem W., Degrieck J., Xu J., Lomov S.V., Verpoest I. Fatigue and post-fatigue stress-strain analysis of a 5-harness satin weave carbon fibre reinforced composite // *Composites Science and Technology*. – 2013. – vol.74. – pp. 20-27.
89. Dai Gil Lee, Woo Seok Chin, Jae Wook Kwon, Ae Kwon Yoo. Repair of underground buried pipes with resin transfer molding // *Composite Structures*. – 2002. – vol. 57. – pp. 67-77.
90. De Baere I., Van Paepegem W., Degrieck J. On the design of end tabs for quasistatic and fatigue testing of fibre-reinforced composites // *Polymer Composites*. – 2009. – vol. 30(4). – pp. 381-390.

91. Dry C. Procedures developed for self-repair of polymer matrix composite materials // *Composite Structures*. – 1996. – vol. 35. – pp. 263-269.
92. Duong C.N., Verhoeven S., Guijt C.B. Analytical and experimental study of load attractions and fatigue crack growths in two-sided bonded repairs // *Composite Structures*. – 2006. – vol. 73. – pp. 394-402.
93. Duong C.N., Wang C.H. *Composite Repair Theory and Design*. – Elsevier BV. 2007. – 463 p.
94. Duong, C. N. and Yu, J. Thermal stresses in a one-sided bonded repair by plate inclusion model // *Journal of Thermal Stresses*. – 2003. – vol. 26. – pp. 457-466.
95. Duong, C. N. and Yu, J. Thermal stresses in one-sided bond repair: Geometrically nonlinear analysis // *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. – 2003. – vol. 40. – pp. 197-209.
96. Duong, C. N., Wang, C. H. On the characterization of fatigue crack growth in one-sided bonded repair // *Journal of Engineering Materials and Technology*. – 2004. – vol. 126. – pp. 192-198.
97. EASA CM No.: CM-S-005 Issue 01. Bonded Repair Size Limits in accordance with CS-23, CS-25, CS-27, CS-29 and AMC 20-29. Issued 11 September 2015.
98. Emdad R., Al-Mahaidi R. Effect of prestressed CFRP patches on crack growth of centre-notched steel plates // *Composite Structures*. – 2015. – vol. 123. – pp. 109-122.
99. Epaarachchi J. A., Clausen P. D. An empirical model for fatigue behavior prediction of glass fibre-reinforced plastic composites for various stress ratios and test frequencies // *Composites: Part A*. – 2003. – vol. 34. – pp. 313-326.
100. Eshelby J.D. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems. // *Proceeding of Royal Society (London)* A241. – 1957. – pp. 376-396.
101. FAA Advisory Circular on Composite Aircraft Structure AC 20-107B: US Department of Transportation Federal Aviation Authority. Issued 8 September 2009.

102. FM-73 Epoxy Film Adhesive. Technical Data Sheet AEAD-00019. – Cytec Engineering Materials. 2011.
103. Fredrickson B.M. , Schoeppner G.A., Mollenhauer D.H. , Palazotto A.N.. Application of three-dimensional spline variational analysis for composite repair // Composite Structures. – 2008. – vol. 83. – pp. 119-130.
104. Gibson R.F. A review of recent research on mechanics of multifunctional composite materials and structures // Composite Structures. – 2010. – vol. 92. – pp. 2793-2810.
105. Golberg, M. A. The convergence of several algorithms for solving integral equations with finite-part integrals, Part I // Journal of Integral Equations. – 1983. – vol. 5. – pp. 329-340.
106. Golberg, M. A. The convergence of several algorithms for solving integral equations with finite-part integrals, Part II // Journal of Integral Equations. – 1985. – vol. 9. – pp. 267-275.
107. Gornet L., Wesphal O., Burtin C., Bailleul J.-L., Rozycki P., Stainier L. Rapid Determination of the High Cycle Fatigue Limit Curve of Carbon Fiber Epoxy Matrix Composite Laminates by Thermography Methodology: Tests and Finite Element Simulations // Procedia Engineering. – 2013. – vol. 66. – pp. 697-704.
108. Gunnion A.J., Herszberg I. Parametric study of scarf joints in composite structures // Composite Structures. – 2006. – vol. 75. – pp. 364-376.
109. Hahn H.T. , Kim R.Y. Fatigue behavior of composite laminate // Journal of Composite Materials. – 1976. – vol. 10(2). – pp. 156-180.
110. Hargou K., Pingkarawat K., Mouritz A.P., Wang C.H. Ultrasonic activation of mendable polymer for self-healing carbon-epoxy laminates // Composites: Part B. – 2013. – vol. 45. – pp. 1031-1039.
111. Harrison M. MRO Forecast and Market Trends. Proceeding of IATA 12th Maintenance Cost Conference. Bangkok, 14-15 Sept. 2016.
112. Hart-Smith L.J. Adhesive-Bonded Single-Lap Joints. NASA report CR-112236. 1973.

113. Hui C. Y., Zehnder A. T. A theory for the fracture of thin plates subjected to bending and twisting moments // *International Journal of Fracture*. – 1993. – vol. 61. – pp. 211-229.
114. Hwang W. , Han K.S. Fatigue of composites-fatigue modulus concept and life prediction // *Journal of Composite Materials*. – 1986. – vol. 20(2). – pp. 154-165.
115. IEC-TC88-WG8 Full-scale structural testing of rotor blades for WTGS's. IEC 61400-23. 1998.
116. Jedidi J., Jacquemin F., Vautrin A. Accelerated hygrothermal cyclical tests for carbon/epoxy laminates // *Composites: Part A*. – 2006. – vol. 37. – pp. 636-645.
117. Joseph P. F., Erdogan F. Plates and Shells Containing a Surface Crack Under General Loading Conditions. NASA Report 181052, 1987.
118. Joseph P. F., Erdogan F. Surface crack problems in plates. // *International Journal of Fracture*. – 1989. – vol. 41. – pp.105-131.
119. Kawai M., Sagawa T. Temperature dependence of off-axis tensile creep rupture behavior of a unidirectional carbon/epoxy laminate // *Composites: Part A*. – 2008. – vol. 39. – pp. 523-539.
120. Kawai M., Yajima S., Hachinohe A., Takano Y. Off-axis fatigue behavior of unidirectional carbon fiber-reinforced composites at room and high temperatures // *Journal of Composite Materials*. – 2001. – vol. 35(7). – pp. 545-576.
121. Kim H., Kedward K.T. Stress Analysis of Adhesively-bonded Joints Under In-plane Shear Loading // *Journal of Adhesion*. – 2001. – vol. 76. – pp. 1-36.
122. Kollar L.P., Springer G.S. *Mechanics of Composite Structures*. – Cambridge University Press. 2003. – 480 p.
123. Lee J.A. , Almond D.P. , Harris B. The use of neural networks for the prediction of fatigue lives of composite materials // *Composites. Part A*. – 1999. – vol. 30(10). – pp. 1159-1169.
124. Li G.Q, Hedlund S., Pang S-S., Alaywan W., Eggers J., Abadie C. Repair of damaged RC columns using fast curing FRP composites // *Composites: Part B*. – 2003. – vol. 34. – pp. 261-271.

125. Maheri M. R. , Adams R. D., Gaitonde J. M. The effect of temperature on the dynamic characteristics of heat-resistant thermoplastic composites // *Composites Science and Technology*. – 1996. – vol. 56. – pp. 1425-1434.
126. Moës N., Dolbow J., Belytschko T. A finite element method for crack growth without remeshing // *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. – 1999. – vol. 46(1) – pp. 132-150.
127. Moores V. Views Diverge On Bonded Repairs To Primary Composite Structures. AWIN First, Oct 13, 2014. [Электронный ресурс] – режим доступа: <http://aviationweek.com/mro/views-diverge-bonded-repairs-primary-composite-structures> (дата обращения 09.02.2018)
128. Moreira R.D.F., de Moura M.F.S.F., Figueiredo M.A.V., Fernandes R.L., Gonçalves J.P.M. Characterisation of composite bonded single-strap repairs under fatigue loading // *International Journal of Mechanical Sciences*. – 2015. – vol. 103. – pp. 22-29.
129. Moschovidis, Z. A. and Mura, T. Two ellipsoidal inhomogeneities by the equivalent inclusion method // *Journal of Applied Mechanics*. – 1975. – vol. 42. – pp. 847-851.
130. Mosely D., Reynaud C. Boeing, Norwegian Agree to Record GoldCare Coverage. 11 Jul 2016. [Электронный ресурс] – режим доступа: <https://www.prnewswire.com/news-releases/boeing-norwegian-agree-to-record-goldcare-coverage-300296363.html> (дата обращения 09.02.2018).
131. Muller M., Toussaint E., Destrebecq J.F., Grediac M. Investigation into the time-dependent behaviour of reinforced concrete specimens strengthened with externally bonded CFRP-plates // *Composites: Part B*. – 2007. – vol. 38. – pp. 417-428.
132. Mura T. *Micromechanics of Defects in Solids*. – Kluwer Academic Publishers, 1991. – 587 p.
133. Nemat-Nasser S., Hori M. Toughening by partial or full bridging of cracks in ceramics and fibre reinforced composites // *Mechanics of Materials*. – 1987. – vol. 6. – pp. 245-269.

134. Nikishkov Y., Makeev A., Seon G. Progressive fatigue damage simulation method for composites // *International Journal of Fatigue*. – 2013. – vol. 48. – pp. 266-279.
135. Niu M. C.-Y. *Airframe Stress Analysis and Sizing*. – Hong Kong Conmilit Press Ltd. 1997. – 795 p.
136. Oakafor A.C. and Bhogpurapu H. , Design and analysis of adhesively bonded thick composite patch repair of corrosion grind out in 2024T3 clad aging aircraft structures // *Composite Structures*. – 2006. – vol. 76(1-2). – pp. 138-150.
137. Odegard G. , Kumosa M. Elastic-plastic and failure properties of a unidirectional carbon/PMR-15 composite at room and elevated temperatures // *Composites Science and Technology*. – 2000. – vol. 60. – pp. 2979-2988.
138. Patel S.R., Case S.W. Durability of hygrothermally aged graphite/epoxy woven composite under combined hygrothermal conditions // *International Journal of Fatigue*. – 2002. – vol 24. – pp. 1295-1301.
139. Philippidis T.P., Vassilopoulos A.P. Fatigue of composite laminates under off-axis loading // *International Journal of Fatigue*. – 1999. – vol. 21. – pp. 253-262.
140. Pingkarawat K., Mouritz A.P. Stitched mendable composites: Balancing healing performance against mechanical performance // *Composite Structures*. – 2015. – vol. 123. – pp. 54-64.
141. Pingkarawat K., Wang C.H., Varley R.J., Mouritz A.P. Effect of mendable polymer stitch density on the toughening and of delamination cracks in carbon-epoxy laminates // *Composites: Part A*. – 2013. – vol. 50. – pp. 22-30.
142. Pingkarawat K., Wang C.H., Varley R.J., Mouritz A.P. Mechanical properties of mendable composites containing self-healing thermoplastic agents // *Composites: Part A*. – 2014. – vol. 65. – pp. 10-18.
143. Pingkarawat K., Wang C.H., Varley R.J., Mouritz A.P. Self-healing of delamination cracks in mendable epoxy matrix laminates using poly[ethylene-co-(methacrylic acid)] thermoplastic // *Composites: Part A*. – 2012. – vol. 43. – pp. 1301-1307.

144. Price C.D., Hine P.J., Whiteside B., Cunha A.M., Ward I.M. Modelling the elastic and thermoelastic properties of short fibre composites with anisotropic phases // *Composites Science and Technology*. – 2006. – vol. 66. – pp. 69-79.
145. Reddy J.N. *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells. Theory and Analysis*. – CRC Press LLC. 2004. – 831 p.
146. Reissner E. On bending of elastic plates // *Quarterly Journal of Applied Mathematics*. – 1947. – vol. 5. – pp. 55-68.
147. Riadh Al-Mahaidi, Adrian K.Y. Hii. Bond behaviour of CFRP reinforcement for torsional strengthening of solid and box-section RC beams // *Composites: Part B*. – 2007. – vol. 38. – pp. 720-731.
148. Rodríguez R.Q., Paiva W.P. et al. Analytical and numerical tools for bonded joint analysis // *Mecánica Computacional*. – 2010. – vol. XXIX. – pp. 7557-7569.
149. Rose L.R.F. A cracked plate repaired by bonded reinforcements // *International Journal of Fracture*. – 1982. – vol. 18. – pp. 135-144.
150. Rose L.R.F. An application of the inclusion analogy // *International Journal of Solids and Structures*. – 1981. – vol. 17. – pp. 827-838.
151. Rose L.R.F. *Theoretical analysis of crack patching. Bonded Repair of Aircraft Structure*. Kluwer Academic Publisher. – 1988. – pp. 77-106.
152. Rupnowski P., Gentz M., Kumosa M. Mechanical response of a unidirectional graphite fiber/polyimide composite as a function of temperature // *Composites Science and Technology*. – 2006. – vol. 66. – pp. 1045-1055.
153. Sanchez-Saez S., Barbero E., Navarro C. Analysis of the dynamic flexural behaviour of composite beams at low temperature // *Composites Science and Technology*. – 2007. – vol. 67. – pp. 2616-2632.
154. Seica M.V., Packer J.A. FRP materials for the rehabilitation of tubular steel structures, for underwater applications // *Composite Structures*. – 2007. – vol. 80. – pp. 440-450.
155. Sen R., Mullins G. Application of FRP composites for underwater piles repair // *Composites: Part B*. – 2007. – vol. 38. – pp. 751-758.

156. Sendeckyj G.P. Life prediction for resin-matrix composite materials. *Fatigue of Composite Materials.* / K.L. Reifsnider (editor) – Elsevier Ltd., 1991. – 519 p.
157. Shin K.B., Kim C.G., Hong C.S., Lee H.H. Prediction of failure thermal cycles in graphite/epoxy composite materials under simulated low earth orbit environments // *Composites: Part B.* – 2000. – vol. 31. – pp. 223-235.
158. Stens C., Middendorf P. Computationally efficient modelling of the fatigue behaviour of composite materials // *International Journal of Fatigue.* – 2015. – vol. 80. – pp. 69-75.
159. Sukumar N., Moës N., Moran B., Belytschko T. Extended finite element method for three-dimensional crack modelling // *International Journal for Numerical Methods in Engineering.* – 2000. – vol. 48(11). – pp. 1549-1570.
160. Tomblin J.S., Salah L., Welch J.M., Borgman M.D. Bonded Repair of Aircraft Composite Sandwich Structures. Report DOT/FAA/AR-03/74, 2004.
161. Uematsu Y., Kitamura T., Ohtani R. Delamination behavior of a carbon-fiber reinforced thermoplastic polymer at high temperatures // *Composites Science and Technology.* – 1995. – vol. 53. – pp. 333-341.
162. Vassilopoulos A.P., Manshadi B.D., Keller T. Influence of the constant life diagram formulation on the fatigue life prediction of composite materials // *International Journal of Fatigue.* – 2010. – vol. 32. – pp. 659-669.
163. Vassilopoulos A.P., Georgopoulos E.F., Dionysopoulos V. Modeling fatigue life of multidirectional GFRP laminates under constant amplitude loading with artificial neural networks // *Advanced Composites Letters.* – 2006. – vol. 15(2). – pp. 43-51.
164. Vassilopoulos A.P., Georgopoulos E.F., Keller T. Comparison of genetic programming with conventional methods for fatigue life modeling of FRP composite materials // *International Journal of Fatigue.* – 2008. – vol. 30(9). – pp. 1634-1645.
165. Vassilopoulos A.P., Keller T. *Fatigue of Fiber-reinforced Composites.* – Springer-Verlag London Ltd., 2011. – 238 p.
166. Wang C. H. and Rose L. R. F. A crack bridging model for bonded plates subjected to tension and bending // *International Journal of Solids and Structure.* – 1999. – vol. 36. – pp. 1985-2014.

167. Wang C. H., Erjavec D. Geometrically linear analysis of the thermal stresses in one-sided composite repairs // *Journal of Thermal Stresses*. – 2000. – vol. 23. – pp. 833-851.
168. Whittingham B., Baker A.A., Harman A., Bitton D. Micrographic studies on adhesively bonded scarf repairs to thick composite aircraft structure // *Composites: Part A*. – 2009. – vol. 40. – pp.1419-1432.
169. Wu G., Yang J.M. The mechanical behavior of GLARE laminates for aircraft structures // *Journal of The Minerals, Metals & Materials Society*. - 2005. - vol. 57, - pp.72–79.
170. Yail J. Kim, Garrett Brunell. Interaction between CFRP-repair and initial damage of wide-flange steel beams subjected to three-point bending // *Composite Structures*. – 2011. – vol. 93. – pp. 1986-1996.
171. Yang T., Wang C.H., Zhang J, He S., Mouritz A.P. Toughening and self-healing of epoxy matrix laminates using mendable polymer stitching // *Composites Science and Technology*. – 2012. – vol. 72. – pp. 1396-1401.
172. Yao J., Teng J.G. , Chen J.F. Experimental study on FRP-to-concrete bonded joints // *Composites: Part B*. – 2005. – vol. 36. – pp. 99-113.
173. Yuceoglu U., Updike D.P. The effect of bending on the stresses in adhesive joints. Fritz engineering laboratory report 237.88. 1975.