



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА
(РОСАВИАЦИЯ)**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ» (МГТУ ГА)**



УТВЕРЖДАЮ
Проректор по УМР и МП

А.С. Борзова

«10» января 2024 г.

**Программа вступительного испытания
ПО МАТЕМАТИКЕ
при приеме в МГТУ ГА на обучение
по образовательным программам
бакалавриата и специалитета**

Настоящая программа состоит из двух разделов.

В первом разделе перечислены основные математические понятия, которыми должен владеть поступающий.

Во втором разделе указано, какие навыки и умения требуются от поступающего на экзамене.

Объем знаний и степень владения материалом, описанным в программе, соответствуют курсу математики средней школы. Поступающий может пользоваться всем арсеналом средств из этого курса, включая и начала анализа. Однако для решения экзаменационных задач достаточно уверенного владения лишь теми понятиями и их свойствами, которые перечислены в настоящей программе. Объекты и факты, не изучаемые в общеобразовательной школе, также могут использоваться поступающими, но при условии, что он способен их пояснить и доказывать в развернутом решении.

Все задания предполагают развернутое решение, основанное на следующих принципах:

1. Возможны различные способы решения и его записи. Главное требование – решение должно быть математически грамотным, из него должен быть понятен ход рассуждений автора работы. В остальном (метод, форма записи) решение может быть произвольным. Полнота и обоснованность рассуждений оцениваются независимо от выбранного метода решения.

2. При решении задачи можно использовать без доказательств любые математические факты, теоремы, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, допущенных или рекомендованных Министерством просвещения РФ (или ранее Министерством образования и науки РФ).

Вступительное испытание проводится в форме письменного экзамена. Состоит из 10 заданий и оценивается из расчета 100 баллов. Задания имеют различный уровень сложности. Время выполнения заданий – 180 минут.

Содержание вступительного испытания по математике.

I. Основные понятия

1. Арифметика и алгебра

1.1. Числа, корни и степени

1) Натуральные числа. Делимость. Простые и составные числа. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.

2) Целые, рациональные и действительные числа. Дроби. Проценты. Модуль числа.

3) Степень с натуральным и целым показателем и ее свойства.

4) Корень степени $n > 1$ и его свойства.

- 5) Степень с рациональным показателем и ее свойства
- 7) Свойства степени с действительным показателем.
- 8) Понятие арифметической прогрессии, ее свойства. Формулы общего члена и суммы n первых членов арифметической прогрессии.
- 9) Понятие геометрической прогрессии, ее свойства. Формулы общего члена и суммы n первых членов геометрической прогрессии.

1.2. Основы тригонометрии

- 1) Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла.
- 2) Радианная мера угла.
- 3) Синус, косинус, тангенс и котангенс действительного числа.
- 4) Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс действительного числа.
- 5) Основные тригонометрические тождества.
- 6) Формулы приведения.
- 7) Соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента. Формулы сложения, двойного и половинного аргумента, суммы и разности тригонометрических функций.
- 8) Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента. Преобразование произведения синусов и косинусов в сумму.
- 9) Преобразование выражения $a\sin x + b\cos x$ в произведение с помощью вспомогательного аргумента.

1.3. Логарифмы

- 1) Логарифм числа.
- 2) Основное логарифмическое тождество. Логарифмы произведения, степени, частного. Формула перехода к новому основанию.
- 3) Десятичный и натуральный логарифмы, число e .

1.4. Преобразования выражений

- 1) Формулы сокращенного умножения.
- 2) Преобразования выражений, включающих арифметические операции.
- 3) Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень.
- 4) Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени.
- 5) Преобразования тригонометрических выражений.
- 6) Преобразование выражений, включающих операцию взятия логарифма.
- 7) Преобразование выражений, включающих модуль (абсолютную величину).

чину).

2. Уравнения и неравенства

2.1. Уравнения

1) Квадратные уравнения. Формула корней квадратного уравнения. Теорема о разложении квадратного трехчлена на линейные множители. Теорема Виета.

2) Рациональные уравнения.

3) Иррациональные уравнения.

4) Тригонометрические уравнения. Формулы решений простейших тригонометрических уравнений.

5) Показательные уравнения.

6) Логарифмические уравнения.

7) Равносильность уравнений, систем уравнений.

8) Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными.

9) Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных.

10) Использование свойств и графиков функций при решении уравнений

11) Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем.

12) Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений.

2.2. Неравенства

1) Свойства числовых неравенств. Неравенство, связывающее среднее арифметическое и среднее геометрическое двух чисел. Неравенство для суммы двух взаимно обратных чисел.

2) Линейные неравенства.

1) Квадратные неравенства.

2) Рациональные неравенства.

3) Показательные неравенства.

4) Логарифмические неравенства.

5) Тригонометрические неравенства.

6) Системы линейных неравенств.

7) Системы неравенств с одной переменной.

8) Равносильность неравенств, систем неравенств.

9) Использование свойств и графиков функций при решении неравенств.

10) Метод интервалов.

11) Изображение на координатной плоскости множества решений нера-

венств с двумя переменными и их систем.

3. Функции

3.1. Определение и график функции

- 1) Функция, ее область определения и область значений. График функции.
- 2) Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях.
- 4) Обратная функция. График обратной функции.
- 5) Геометрические преобразования графиков: параллельный перенос, симметрии относительно осей координат, сжатие и растяжение.

3.2. Элементарное исследование функций

- 1) Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания.
- 2) Четность и нечетность функции.
- 3) Периодичность функции.
- 4) Ограниченность функции.
- 5) Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции.
- 6) Наибольшее и наименьшее значения функции.

3.3. Основные элементарные функции

- 1) Линейная функция, ее график.
- 2) Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, ее график.
- 3) Квадратичная функция, ее график.
- 4) Степенная функция с натуральным показателем и функция $y = \sqrt{x}$, их графики.
- 5) Тригонометрические функции, их графики.
- 6) Обратные тригонометрические функции, их графики.
- 7) Показательная функция, ее график.
- 8) Логарифмическая функция, ее график.

4. Начала математического анализа

4.1. Производная

- 1) Понятие о производной функции, геометрический смысл производной.
- 2) Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса,

заданного формулой или графиком.

- 3) Уравнение касательной к графику функции.
- 4) Производные суммы, разности, произведения, частного.
- 5) Производные основных элементарных функций.

4.2. Исследование функций

- 1) Применение производной к исследованию функций построению графиков.
- 2) Применение использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах, для нахождения наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке.

4.3. Первообразная и интеграл

- 1) Первообразные элементарных функций
- 2) Применения интеграла в геометрии для вычисления площадей плоских фигур.

5. Геометрия

5.1. Планиметрия

- 1) Прямая на плоскости. Луч, отрезок, ломаная, угол. Величина угла. Длина отрезка. Теоремы о параллельных прямых на плоскости. Свойства вертикальных и смежных углов.
- 2) Треугольник. Медиана, биссектриса, высота. Свойства равнобедренного треугольника. Признаки равенства треугольников.
- 3) Теорема о сумме внутренних углов треугольника. Теорема о внешнем угле треугольника. Свойства средней линии треугольника.
- 4) Теорема Фалеса. Признаки подобия треугольников.
- 5) Признаки равенства и подобия прямоугольных треугольников. Пропорциональность отрезков в прямоугольном треугольнике. Теорема Пифагора.
- 6) Свойство серединного перпендикуляра к отрезку. Свойство биссектрисы угла. Теоремы о пересечении медиан, пересечении биссектрис и пересечении высот треугольника. Свойство отрезков, на которые биссектриса треугольника делит противоположную сторону.
- 7) Теоремы синусов и косинусов для треугольника.
- 8) Многоугольник. Выпуклый многоугольник. Теорема о сумме внутренних углов выпуклого многоугольника. Диагональ.
- 9) Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция. Признаки параллелограмма. Свойства параллелограмма и ромба. Свойства средней линии трапеции.

10) Окружность и круг. Радиус, хорда, диаметр, касательная, секущая. Дуга окружности и круговой сектор. Центральные и вписанные углы. Свойство касательной к окружности. Равенство касательных, проведенных из одной точки к окружности. Теоремы о вписанных углах. Теорема об угле, образованном касательной и хордой. Теоремы об угле между двумя пересекающимися хордами и об угле между двумя секущими, выходящими из одной точки. Равенство произведений отрезков двух пересекающихся хорд. Равенство квадрата касательной произведению секущей на ее внешнюю часть.

11) Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника. Теорема об окружности, вписанной в треугольник. Теорема об окружности, описанной около треугольника.

12) Правильные многоугольники. Вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника. Свойство четырехугольника, вписанного в окружность. Свойство четырехугольника, описанного около окружности.

5.2. Прямые и плоскости в пространстве

1) Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых. Теоремы о параллельных прямых в пространстве.

2) Параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства.

3) Параллельность плоскостей, признаки и свойства.

4) Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трех перпендикулярах.

5) Теорема об общем перпендикуляре к двум скрещивающимся прямым. Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства.

6) Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур.

5.3. Многогранники

1) Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма.

2) Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде.

3) Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида.

4) Сечения куба, призмы, пирамиды.

5) Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).

5.4. Тела и поверхности вращения

1) Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, раз-

вертка.

2) Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка.

3) Шар и сфера, их сечения.

5.5. Измерение геометрических величин

1) Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности.

2) Угол между прямыми в пространстве; угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями.

3) Длина отрезка, ломаной, окружности, периметр многоугольника.

4) Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми, расстояние между параллельными плоскостями.

5) Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора.

6) Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы.

7) Объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара.

5.6. Координаты и векторы

1) Координатная прямая. Числовые промежутки. Декартовы координаты на плоскости и в пространстве. Уравнение прямой на плоскости и в пространстве.

2) Формула расстояния между двумя точками на плоскости и в пространстве; уравнение окружности и уравнение сферы.

3) Вектор, модуль вектора, равенство векторов; сложение векторов и умножение вектора на число.

4) Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам.

5) Компланарные векторы. Разложение по трем некопланарным векторам.

6) Координаты вектора; скалярное произведение векторов; угол между векторами.

6 Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

6.1. Элементы комбинаторики

1) Поочередный и одновременный выбор.

2) Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона.

6.2. Элементы статистики

- 1) Табличное и графическое представление данных.
- 2) Числовые характеристики рядов данных.

6.3. Элементы теории вероятностей

- 1) Вероятности событий.
- 2) Использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач.

II. Требования к поступающему

На экзамене по математике поступающий должен уметь:

1. Уметь выполнять вычисления и преобразования (без калькулятора):

1) Выполнять арифметические действия устными и письменными приемами; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма; производить операции над векторами (сложение, умножение на число, скалярное произведение); переводить одни единицы измерения величин в другие.

2) Сравнить числа и находить их приближенные значения (без калькулятора); доказывать тождества и неравенства для буквенных выражений.

3) Вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования; вычислять выражение приближенно.

4) Проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции.

5) Пользоваться свойствами чисел, векторов, функций и их графиков, свойствами арифметической и геометрической прогрессий.

6) Пользоваться соотношениями и формулами, содержащими модули, степени, корни, логарифмические, тригонометрические выражения, величины углов, длины, площади, объемы.

2. Уметь решать уравнения и неравенства:

1) Решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы.

2) Решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков; использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод.

3) Решать рациональные, показательные и логарифмические, тригонометрические неравенства, их системы.

3. Уметь выполнять действия с функциями:

1) Определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения; строить графики изученных функций.

2) Строить графики функций и множества точек на координатной плоскости, заданные уравнениями и неравенствами.

3) Вычислять производные и первообразные элементарных функций.

4) Исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функции.

4. Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами:

1) Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей).

2) Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов); использовать при решении стереометрических задач методы планиметрии и метод координат.

3) Определять координаты точки; проводить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами.

4) Изображать геометрические фигуры на чертеже; делать дополнительные построения; строить сечения; исследовать взаимное расположение фигур; применять признаки равенства, подобия фигур и их принадлежности к тому или иному виду.

5) Пользоваться свойствами геометрических фигур, их характерных точек, линий и частей, свойствами равенства, подобия и взаимного расположения фигур.

6) Решать задачи на построение циркулем, линейкой; находить геометрические места точек.

5. Уметь строить и исследовать простейшие математические модели:

1) Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.

2) Моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин.

3) Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения.

4) Моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий.

5) Излагать и оформлять решение логически правильно, полно и последовательно.

довательно, с необходимыми пояснениями.

6) Анализировать формулировки утверждений и их доказательства.

6. Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

1) Анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера; осуществлять практические расчеты по формулам; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах.

2) Описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках.

3) Решать прикладные задачи на наибольшие и наименьшие значения, нахождение скорости и ускорения.

Рекомендуемая литература

1. Любые учебники по математике для учащихся 10-11-х классов.
2. Любые учебные пособия для систематизации знаний по математике за курс средней школы и подготовки к ЕГЭ. Например, учебные пособия:

1) Иванов А.А., Иванов А.П. Математика. Пособие для систематизации знаний и подготовки к ЕГЭ: Учебное пособие, изд. 4-е, перераб. и доп. М.: Физматкнига, 2015.

В пособии рассматриваются вопросы школьной программы по математике, глубокое понимание которых особенно важно при изучении высшей математики в вузе, а также вопросы элементарной математики, не нашедшие достаточно полного отражения в школьном курсе. Представлено большое количество практических заданий, взятых из различных источников, а также авторских заданий; предпочтение отдается задачам, при решении которых используются сведения из различных разделов элементарной математики.

2) Иванов А.П. Тесты и контрольные работы по математике. Учебное пособие, 5-е изд. перераб. И доп. М.: Физматкнига, 2008.

В пособии приводятся дидактические материалы в виде тематических и итоговых экзаменационных тестов и контрольных работ для систематизации знаний школьников и абитуриентов по математике, сдающих ЕГЭ или вступительный экзамен как в письменной форме, так и путем тестирования. Пособие предназначено слушателям подготовительных курсов, а также старшеклассникам, которые самостоятельно готовятся к поступлению в вуз или сдаче ЕГЭ.

3) Иванов А.А., Иванов А.П. Тематические тесты для систематизации знаний по математике. Часть 1 М.: Физматкнига, 2015.

Цель издания книги – помочь школьникам в систематизации знаний по математике.

Приведены тесты пяти уровней сложности по темам: преобразования алгебраических выражений, простейшие функции, простые уравнения, простые

неравенства. Предназначены учащимся общеобразовательных учреждений для самоконтроля при подготовке к выпускным экзаменам, централизованному и региональному тестированию, а также к единому государственному экзамену и вступительным экзаменам в вузы;

4) Иванов А.А., Иванов А.П. Тематические тесты для систематизации знаний по математике. Часть 2 М.: Физматкнига, 2015

Цель издания книги – помочь школьникам в систематизации знаний по математике. Приведены тесты пяти уровней сложности по темам: логарифмическая и показательная функции, тригонометрия, последовательности, геометрия, производная и ее приложения.

Предназначены учащимся общеобразовательных учреждений для самоконтроля при подготовке к выпускным экзаменам, централизованному и региональному тестированию, а также к единому государственному экзамену и вступительным экзаменам в вузы.